國立成功大學
電機工程研究所
碩士論文

空氣傳輸超音波感測器之設計與製作

Design and Fabrication of Air Transmission Ultrasonic Sensor

研 究 生：李明鑫
指導教授：李文熙

中華民國九十七年七月

國立成功大學
碩士論文

空氣傳輸超音波感測器之設計與製作

Design and fabrication of Air Transmisssion Ultrasonic Sensor

研究生：李明鑫

本論文業經審查及口試合格特此證明

論文考試委員：

黃之亮	李森墩
朱[illegible]	李文熙
劉信攻	

指導教授：李文熙

系(所)主管：許渭州

中 華 民 國 97 年 7 月 30 日

Design and fabrication of Air Transmisssion Ultrasonic Sensor

by

Ming-Hsin Li

Department of Electrical Engineering

National Cheng Kung University

Tainan, Taiwan, R.O.C

July, 2008

Approved by：

Chuy-Liang Huang　　Sen Yung Lee

Chu-Sheng Yu　　Wen-Hsi Lee

Yi-Cheng Liou

Advisor：Wen-Hsi Lee

Chairman：Wei Chou

空氣傳輸超音波感測器之設計與製作

李明鑫[*]　李文熙[**]

國立成功大學電機工程研究所

摘　要

壓電材料最早的應用即是製作成感測器，有別於水下環境的應用，目前也發展出空氣傳輸之超音波感測器，車用系統中的倒車雷達即為其中應用例。本文中完整製作之壓電感測器為具有非對稱指向性的封閉式超音波感測器，研究範圍包括理論模擬、製程實作與實驗量測。

在理論方面使用非對稱圓形壓電複合薄板理論及有限元素法對結構作諧振頻率分析並得到一致性的結果，再以等效電路方式將壓電元件表示成被動元件參數，從參數的變化可以找出調整諧振點的線性區落在振動板厚度的特定範圍內。另外也使用有限元素法對超音波元件作非對稱指向性的模擬，證實其模擬的可行性。

在實作中壓電片的製作使用平行板改良極化法，可以提供比傳統方式較高良率及極化特性之壓電片，並根據理論與模擬來設計、組裝超音波感測器，再以高溫填膠法縮短元件殘響時間。最後完整測量實作樣品，證明實作與模擬之相關性，可作為壓電超音波感測器設計之依據。

[*]研究生

[**]指導教授

Design and Fabrication of Air Transmission Ultrasonic Sensor

Ming-Hsin Li* Wen-Hsi Lee**

Department of Electrical Engineering

National Cheng-Kung University, Tainan, Taiwan, R.O.C

Abstract

One of the earliest applications of piezoelectric material is used to make sensors. It's different from using under the water, air transmission ultrasonic sensors has been developed nowadays. Automobile back-up sensor is one of the applied examples. This research investigates the piezoelectric sensors, which are water proof type ultrasonic sensors with asymmetric directivity. The investigation includes theoretical simulation, fabrication and experimental measurement.

The simulation is based on modeling of non-symmetric piezoelectric bimorphs and finite element method. The analysis of resonant frequency has been carried out for the same result with both simulations. A piezoelectric element may express passive components by the equivalent circuit model. The linear area of adjustable resonance frequency can be found by the change of parameters, which falls on the specific thickness range. Further, the simulation of asymmetric directivity using finite element method is proposed and demonstrated practicability.

The fabrication of piezoelectric ceramic disks is polarized by parallel boards. This reformatory polarization method can provide higher yield rate and characteristic than traditional methods. Design and fabrication of ultrasonic sensors are according to

theoretical simulation, and then seal the sensors in high temperature to reduce decay time. Finally, complete properties of samples are measured. The relation of experiments and simulation results evidences feasibility and pave a way for future design.

*The author

** The advisor

致謝

論文能順利完成最主要感謝的就是我的指導老師李文熙老師，謝謝老師的諄諄教誨，讓我不僅在學術研究上有所進步，在待人處事方面也都受益匪淺。而在這兩年的研究過程中，能有機會認識到林建志向林大哥學習壓電材料的專業知識，除了使我對壓電材料產生濃厚的興趣，相關的實務經驗也建立起良好的基礎。而在碩二期間機械背景學長李泰廣的加入也指導我非常多壓電元件應用上所碰到的力學問題，因為有了你們在壓電領域的專長才能讓我能在學術研究中很順利的解決許多盲點。另外能夠到興勤電子獲得工讀的機會也要感謝廠長吳英傑、經理邱崇琪，還有在研究環境及機台設備等方面的支持，讓我在研究中的實驗能夠順利完成。最後在阻抗分析儀的使用上，要感謝林文欽、周世民與陳吟龍提供給我很好的服務與技術支援。

在這邊也要感謝口試委員朱聖緣教授、李森墉教授、黃正亮教授、劉依政教授對於論文所提出的指導與建議，才能讓我的論文更趨於完善。在兩年的研究生活中，感謝學長洪奇成、余俊璋、李建德、李冠緯、陳奕任、王俊傑、李建政、胡邵喻、羅子涵、郭奕彬，同學李銘祥、簡偉倫、吳家揚、許書豪，學弟妹劉炤德、許舒惠、陳譽升在研究上的相互幫忙，另外大學同學巫劭元及其實驗室認識的朋友、學妹廖詠萱，謝謝你們讓我的研究生活增添了許多歡樂。

最後要感謝我的父親、母親與哥哥、姊姊你們一直以來對我的付出與支持，讓我能全心全力的投入研究以完成碩士學位。

目錄

摘要(中文摘要)

摘要(英文摘要)

致謝

目錄

表目錄

圖目錄

第一章 緒論

1-1 研究背景與動機 1

1-2 研究目的 4

1-3 論文架構 5

第二章 壓電理論與應用

2-1 壓電效應 6

2-2 壓電方程式 9

2-3 壓電材料參數與定義 14

2-4 壓電材料和應用 15

2-5 壓電等效電路與應用 17

第三章 超音波感測器理論與量測分析

3-1 非對稱圓形壓電複合薄板理論 21

3-2 超音波感測器之有限元素理論 30

3-3 超音波感測器性能與測量分析 36

3-4 超音波感測器構造與設計 42

第四章 超音波感測器模擬與實作

4-1 非對稱圓形壓電複合薄板建構與模擬 48

4-2 有限元素模型建構與模擬 52

4-3 等效電路模型建構與模擬 63

4-4 超音波感測器之製造 66

4-5 超音波感測器元件之效能 71

4-6 結果與討論 79

第五章 結論

5-1 結論 83

5-2 未來展望 84

參考文獻

表目錄

表 2.1 各種壓電參數之定義 12
表 2.2 壓電陶瓷參數矩陣 14
表 2.3 代表性壓電材料之特性參數 17
表 4.1 材料參數 48
表 4.2 半徑 R 對頻率變化 50
表 4.3 壓電片厚度 h_p 對頻率變化 50
表 4.4 接合膠厚度 h_c 對頻率變化 51
表 4.5 鋁基板厚度 h_s 對頻率變化 51
表 4.6 相同頻率之位移量 52
表 4.7 模擬尺寸及所得頻率 53
表 4.8 壓電片半徑 R_1 對頻率變化 54
表 4.9 振動板半徑 R_2 對頻率變化 54
表 4.10 壓電片厚度 H_p 對頻率變化 55
表 4.11 接合膠厚度 H_c 對頻率變化 56
表 4.12 鋁基板厚度 H_s 對頻率變化 56
表 4.13 複合薄板理論與有限元素法之變化率 57
表 4.14 不同邊界條件之共振頻 59
表 4.15 不同條件之共振頻、反共振頻及等效電路元件值 64
表 4.16 壓電材料參數表 67
表 4.17 10 樣品共振頻及平均值 70
表 4.18 實作之振動板厚度與共振頻變化 70
表 4.19 音壓位準與頻率響應量測值 73

表 4.20 靈敏度與頻率響應量測值 75

表 4.21 指向性之每 15 度量測值 78

表 4.22 模擬與實作未修改之共振頻及誤差百分比 80

表 4.23 實作與模擬之振動板與頻率關係 80

表 4.24 頻率、*dB* 值與頻寬 81

表 4.25 水平之指向性比較 81

表 4.26 垂直之指向性比較 82

圖目錄

圖 1.1 超音波感測器 3
圖 2.1 壓電效應 7
圖 2.2 鈣礦類壓電陶瓷的晶相 8
圖 2.3 極化與應變 9
圖 2.4 P-E 遲滯曲線 9
圖 2.5 壓電材料方向表示 12
圖 2.6 基本測量電路 18
圖 2.7 壓電體之阻抗與頻率關係 18
圖 2.8 諧振體等效電路 19
圖 2.9 極座標圖 19
圖 2.10 壓電諧振體等效電路 20
圖 3.1 非對稱圓形壓電複合薄板 21
圖 3.2 感測器之撓曲現象 22
圖 3.3 中性面及應力分佈 26
圖 3.4 有限元素法之壓電等效電路 35
圖 3.5 Wayne Kerr 6515B 阻抗分析儀 37
圖 3.6 音壓測試之示意圖 38
圖 3.7 靈敏度測試之示意圖 39
圖 3.8 反射靈敏度測試之示意圖 40
圖 3.9 殘響時間測試之示意圖 41
圖 3.10 半功率指向性測試之示意圖 42
圖 3.11 超音波感測器構造 42

圖 3.12 感測器元件尺寸 43
圖 3.13 遠場情況下之超音波轉換器指向性曲線 46
圖 3.14 非對稱超音波感測器之外殼設計 47
圖 4.1 撓曲形變圖 48
圖 4.2 撓曲形變一次微分圖 49
圖 4.3 力矩分佈圖 49
圖 4.4 半徑 R 對頻率變化 50
圖 4.5 壓電片厚度 h_p 對頻率變化 50
圖 4.6 接合膠厚度 h_c 對頻率變化 51
圖 4.7 鋁基板厚度 h_s 對頻率變化 51
圖 4.8 有限元素模擬結構 53
圖 4.9 ANSYS 之網格圖 53
圖 4.10 壓電片半徑 R_1 對頻率變化 54
圖 4.11 振動板半徑 R_2 對頻率變化 55
圖 4.12 壓電片厚度 H_p 對頻率變化 55
圖 4.13 接合膠厚度 H_c 對頻率變化 56
圖 4.14 鋁基板厚度 H_s 對頻率變化 56
圖 4.15 外殼鋁材部份尺寸 58
圖 4.16 感測元件有限元素模型 58
圖 4.17 頻域分析壓電元件阻抗圖 60
圖 4.18 近似等效電路圖 60
圖 4.19 模態分析之位移分布 61
圖 4.20 指向性有限元素模型 62
圖 4.21 指向性的模擬結果 63
圖 4.22 厚度對等效電路 C0 65

圖 4.23 厚度對等效電路 C1 65
圖 4.24 厚度對等效電路之 L1 65
圖 4.25 壓電片製作流程圖 67
圖 4.26 排膠和燒結溫度時間曲線 68
圖 4.27 燒銀溫度時間曲線 68
圖 4.28 平行板極化示意圖 69
圖 4.29 極化增量比較 69
圖 4.30 感測器組裝材料 70
圖 4.31 感測器成品 70
圖 4.32 實作之振動板厚度與共振頻變化 71
圖 4.33 超音波感測器之阻抗分析圖 72
圖 4.34 阻抗分析圖與等效電路 72
圖 4.35 超音波感測器之等效電路 73
圖 4.36 音壓位準與頻率響應曲線 74
圖 4.37 靈敏度與頻率響應曲線 75
圖 4.38 反射靈敏度之量測圖 76
圖 4.39 殘響時間之量測圖 77
圖 4.40 指向性之量測圖 79

第一章 緒論

1-1 研究背景與動機

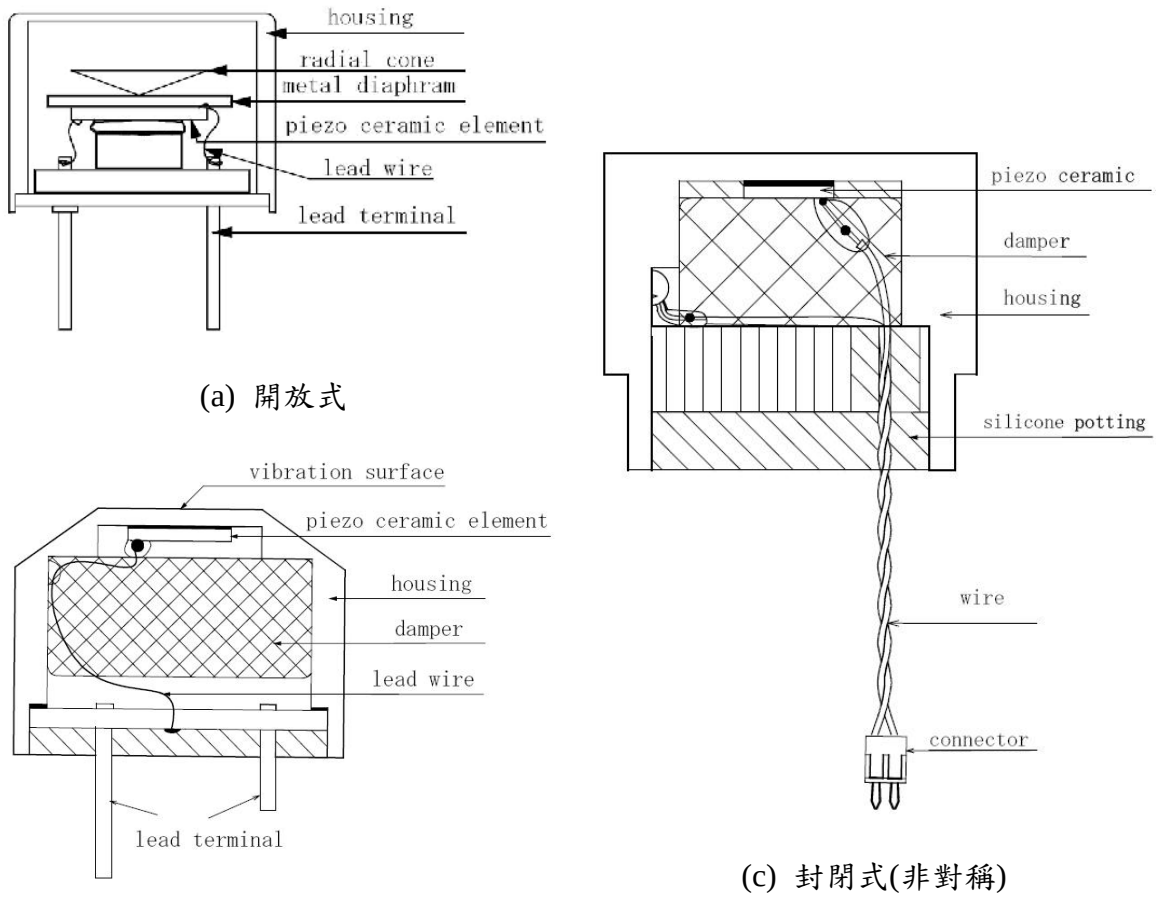
壓電材料的研究已經超過一個世紀，自從 1880 年居禮兄弟於石英中發現壓電效應之後[1]，這種可將機械能與電能互相轉換的材料性質，在 1917 年法國科學家 Paul Langevin 即以石英和鋼材製成超聲波換能器(Underwater Ultrasonic Transducer)，專門用來偵測海底的德國潛艇，不同於電磁波在水中衰減的很快的缺點，水底探測與水中通訊都是使用超聲波作為媒介。石英的壓電效應很早被運用在戰爭上，也代表壓電效應在感測器的發展上扮演舉足輕重的角色。

由於早期壓電材料的取得與製造不易，加上材料的壓電應變參數與壓電電壓參數不盡理想，直到 1950 年左右才陸續發展出有別於石英的高壓電參數壓電陶瓷材料，如 1947 年 S. Roberts 首先發表直流電場對鈦酸鋇($BaTiO_3$)陶瓷體剩餘極化的影響[2]，從此壓電材料的研究從單晶體材料領域進到了多晶體結構的陶瓷材料，許多和鈦鋇有相同結構的 ABO_3 其他合物也慢慢被開發出來，如 $PbTio_3$、$KNbO_3$、$KTaO_3$、$NaNbo_3$、$LiTaO_3$、$PbZrO_3$，而 $PbTiO_3$ 及 $PbZrO_3$ 有不少學者就針對他們所構成的固溶體之相圖作一系列的研究[3-7]。在 1955 年美國國家標準局 B. Jaffe 等人成功研製高壓電應變常數 d_{31}(171~274*pC/N*)的壓電陶瓷鋯鈦酸鉛($Pb(ZrTi)O_3$, *PZT*)系列[8]，此後幾乎是壓電致動器的主要使用材料。在 1960~1970 年代為了因應不同需求，壓電材料分為硬材與軟材兩大類，分別在鋯鈦酸鉛中添加可增加硬度或軟度的金屬離子，日後以鋯鈦酸鉛為基礎的三元系、四元系壓電陶瓷，在現實生活中應用廣泛，有製造簡單、成本低的優勢。

感測器(sensor)是用來檢測外界環境改變並將其轉變成電氣信號的裝置，使用壓電材料所製作的超音波感測器(Ultrasonic Sensor)從最早的軍事用途到民生漁業用途的聲納系統，以及現今自動化設備距離感測或者是車用的倒車雷達(Automobile

Back-up Sensor)，超音波感測器的發展可以說是歷史悠久。超音波的使用也不限於以往的水下環境，目前發展的以空氣為介質的超音波元件需求量更是與日俱增，一般用於自動化控制、安全防護所需要的監控裝置，相信在未來更加複雜、更多智慧型設備的需求下，我們的生活周遭會廣泛的運用感測器，幫助我們處理外界事物，甚至是減少事故的發生。

所謂的超音波就是指頻率大於人類聽覺範圍(約 20*Hz* ~ 20*kHz*)之音波，利用超音波之發射與接收來量測距離、速度等物理量已經發展出許多應用，今日常見有醫療成像、非破壞檢測、流量感測計以及本文所要探討倒車雷達中的測距元件。倒車雷達即為幫助駕駛人在倒車行駛過程中輔助偵測是否有障礙物於車後，在看不到的死角位置可以減少擦撞，或者避免孩童在車後嬉戲發生事故。就以空氣中使用的超音波感測元件而言，其主要構造型式可分為兩種，開放式及封閉式超音波感測器，參考日本公司 NrCeRa(Nippon Ceramic Co., Ltd.)目錄為例，如圖 1.1 所示，圖 1.1(a)為開放式超音波感測器結構剖面圖，在金屬外殼(housing)內的結構為壓電片黏貼於金屬隔板下方並固定於引線底座，在金屬隔板上方再裝上倒置並填有膠類的圓錐形金屬片作為共鳴器，開放式的構造在應用上相對於封閉式的構造具有較高的靈敏度及聲壓強度，也就是代表有較大範圍的偵測能力，目前的應用除了在偵測物體外，也有驅蟲、遙控、防盜等等。圖 1.1(b)和圖 1.1(c)為封閉式超音波感測器外觀，兩者的差別在於需要做垂直與水平偵測角度的作區分時，選擇 c 型的非對稱結構，反之則選擇一般 b 型對稱結構，封閉式的組裝方式是直接把壓電片貼於金屬殼底部，並填充具有吸音阻尼效果的材料(damper)，在拉出引線後以矽樹脂(silicone)膠類封於最外側，雖然感測能力有所減損，但可達到防水及防塵的效果，相較於開放式的結構適用範圍更廣，如倒車雷達、粉末感應偵測等等，都是使用在較惡劣的環境底下。本論文之研究的倒車雷達元件即為封閉式非對稱指向性的超音波感測器元件。



(a) 開放式

(b) 封閉式(對稱)

(c) 封閉式(非對稱)

圖 1.1 超音波感測器

超音波感測器的基本工作原理是加以元件的工作頻率驅動電壓，利用壓電片將電能轉換成機械能而振動所貼附之金屬振動板來產生超音波，相反的當元件受到頻率接近的聲場時，也可產生金屬振動板的振動而擠壓其上的壓電片將機械能轉換成電能輸出電壓，作為電路接收的訊號，所以感測器分別有發射和接收的用途，如果以偵測自身發射出去而反射超音波為用途，在振動產生超音波後，必須在反射波回來之前元件必須達到一定程度的靜止，這也是偵測最短距離首要面對的問題。目前代表性的車用超音波感測器應用的以裝設在車後的倒車雷達為主，接著發展而來的先進停車導引系統(Advanced Parking Guidance System)和防側撞系統(Side Impact Protect System)也漸漸普遍可以看到，在此討論二項市面上倒車雷達中的超音波感測器元件目前應用上的

瓶頸及未來提高工作頻率的發展方向：

(1) 偵測距離

以穩定的偵測距離計算大約只有 0.3*m* ~ 1.5*m*，有最短距離的受限及精準度不高，提高超音波頻率可增加精準度，但以空氣中的衰減來說高頻相對不利。

(2) 廣角範圍

以最普遍的使用於車後的超音波感測器數量為兩顆，在精簡數量的考慮下唯有加大偵測範圍才能縮小死角，而提高超音波頻率卻會得到較高的指向性。

以上首要的兩點加上指向性不對稱等特殊用途，可以看出未來發展的要求下條件更為嚴苛，而對元件設計者而言不管在壓電材料上的選用與金屬外殼設計，每一環節都關係著元件特性的優劣。

1-2 研究目的

基於感測器的需求日益增加，使用壓電原理的超音波感測器具有多項吸引人的優點，為了加速超音波感測器的開發，建立一套有理論根據的研究方法來取代開發初期常用的試誤法，相信可以減少開發當中所實驗的次數，以有效達到節省人力、時間的成本。

針對倒車雷達中所使用的超音波感測器的特性，可以歸納出六點製作元件時所必需達到的目標：(1)工作頻率(Center Frequency)為 40*kHz*，(2)聲壓強度(Sound Pressure)大於 100*dB*，(3)靈敏度(Sensitivity)大於-80*dB*，(4)反射靈敏度(Reflected Sensitivity)大於 1$mV_{p\text{-}p}$，(5)殘響時間(Decay Time)小於 1.5*msec.*(6)半功率指向性(-6*dB* Directivity)角度水平約大於 100 度，垂直約小於 60 度的非對稱指向性，以上詳細測量方法會在 3-3 節說明。

綜合以上六點車用超音波感測器特性之要求，本研究引用元件工作原理相關的力學分析、超音波聲學分析及等效電路，作為元件結構製造的方向，並以有限元素法輔

助分析複雜結構及指向性，以彌補理論上運算能力上的不足，最後再實作所模擬的元件，並完整測量其所能達到的特性。

1-3 論文架構

本論文共分成五個章節。第一章介紹研究背景，說明壓電材料的發展及用於感測器的歷史，簡介本文研究之壓電感測器目前發展，並提出研究目的和內容架構。第二章介紹壓電效應及原理，壓電方程式的推導，常用之壓電材料參數與分類及等效電路的介紹。第三章以元件相關之非對稱圓形壓電複合薄板理論對撓曲的振動形式加以描述，說明研究中有使用到的有限元素法模擬理論，超音波感測器性能、測量規範與使用的數據表示法，最後再提出超音波感測器所有性能需求的對應設計方式。第四章則以所提之分析方法加以模擬驗證，包括振動板厚度對共振頻分析、實體之模態分析、頻域分析、指向性分析、等效電路，歸納出製作方向後進行感測器實作與樣品量測，最後再將實作與模擬結果作討論及比較。第五章為結論與未來展望。

第二章 壓電理論與應用

2-1 壓電效應

壓電效應(Piezoelectric Effect)是壓電性材料對受到機械能及電能特有的效應，依轉換方向的不同分別有正壓電效應(Direct Piezoelectric Effect)與逆壓電效應(Converse Piezoelectric Effect)，描述如下：

(1)正壓電效應

當壓電材料接受到機械力時，材料內部晶格會因此變形，正負電荷間的距離產生變化，極化電場因而增強或減少，此時壓電材料電極兩端會產生一個與應力大小成比例的電壓，如圖 2.1(b)所示，應力擠壓極化方向時，產生與極化方向反向的電壓差，應力拉伸極化方向時，也隨之產生同相的電壓差，如圖 2.1(c)所示，晶體外因為極化電場的改變，使得壓電材料表面電極帶有電壓差，形成新的平衡極化電場，如此將機械能轉換成電能的效應稱為正電壓效應。

(2)逆壓電效應

當電場加於壓電材料電極兩端時，若是與極化方向相反的電場，使得整體極化電場減弱，壓電晶體會在極化方向縮短變形，如圖 2.1(d)所示，反之施加與極化方向相同的電場，而使得整體極化電場增強時，壓電晶體會沿極化方向伸長變形，如圖 2.1(e)所示，而圖 2.1(f)為交流電場造成的諧振運動，當交流電場的頻率等於材料本身的自然諧振頻率時形變的幅度最大，此種壓電晶體隨電場變化而在極化方向變形，將電能轉化成機械能的現象稱作為逆壓電效應。

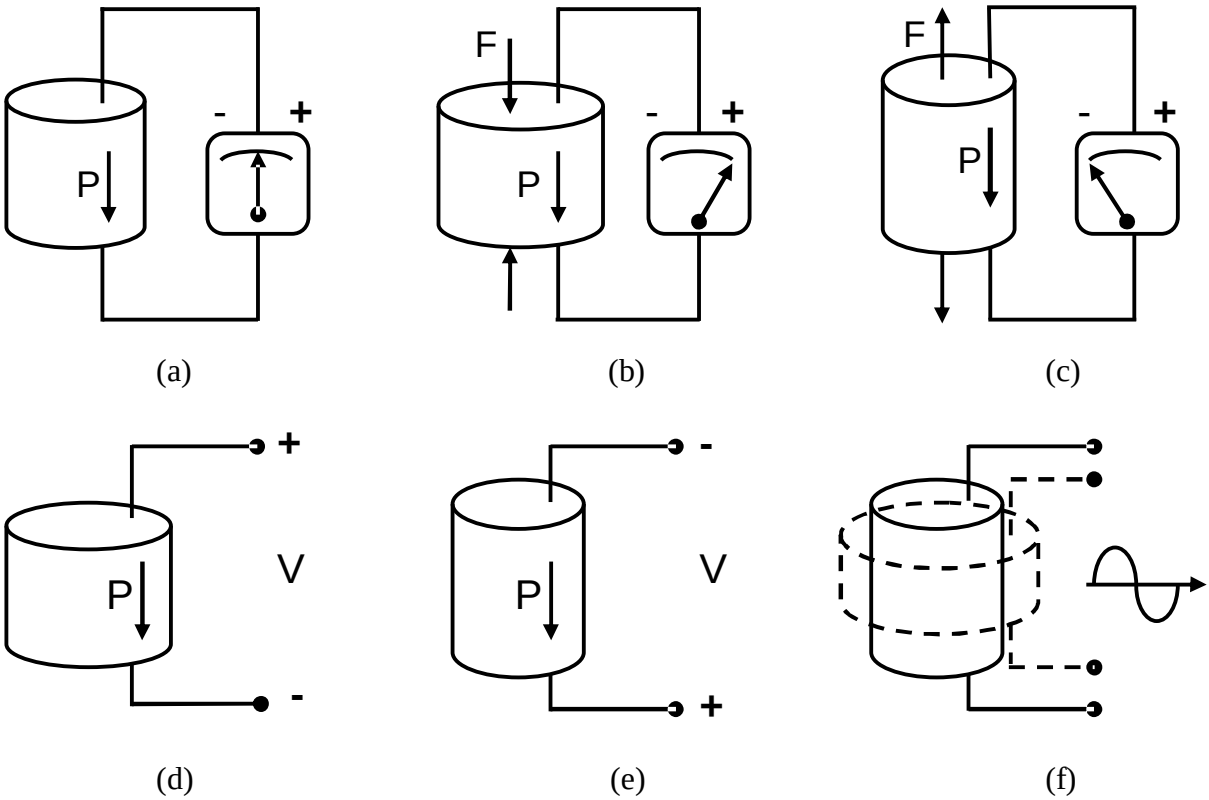
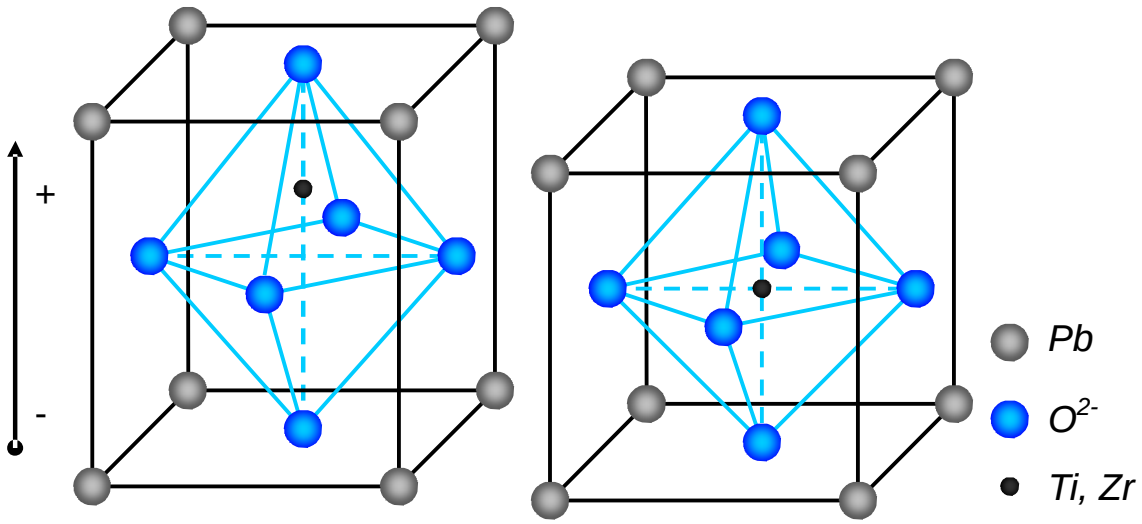


圖 2.1 壓電效應

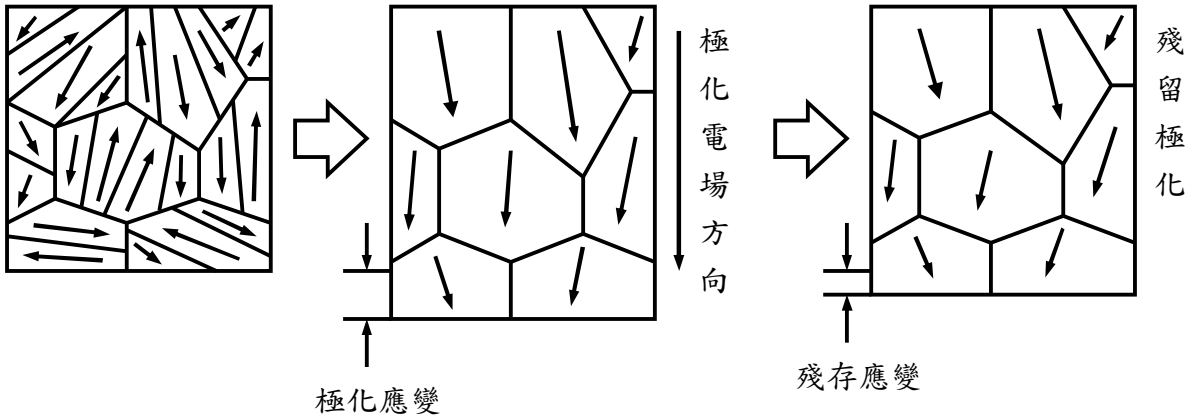
經由正、逆壓電效應的發生，壓電材料能提供機械能和電能轉換的機制所以應用廣泛，能產生此因果關係是由於其晶相上必須存在造成電荷分布不均的不對稱中心，才能受外力產生電荷移動的帶電體，此稱為電偶極矩(dipole moment)，壓電陶瓷的晶相主要決定於材料組成與溫度。如圖 2.2 鈣鈦礦結構(perovskite structure)的壓電陶瓷材料為例，當溫度低於居禮溫度(Curie temperature, T_c)時，其晶體結構為正方晶，中心離子脫離平衡位置，產生電極矩，即為自發極化現象具有壓電性，如圖 2.2(a)，若溫度高於居禮溫度時，中心離子因熱能在平衡位置來回振動，造電荷平衡，其晶體轉換為立方晶而不再有不對稱中心，無壓電特性，如圖 2.2(b)。



(a) 極性晶體　　(b)非極性晶體

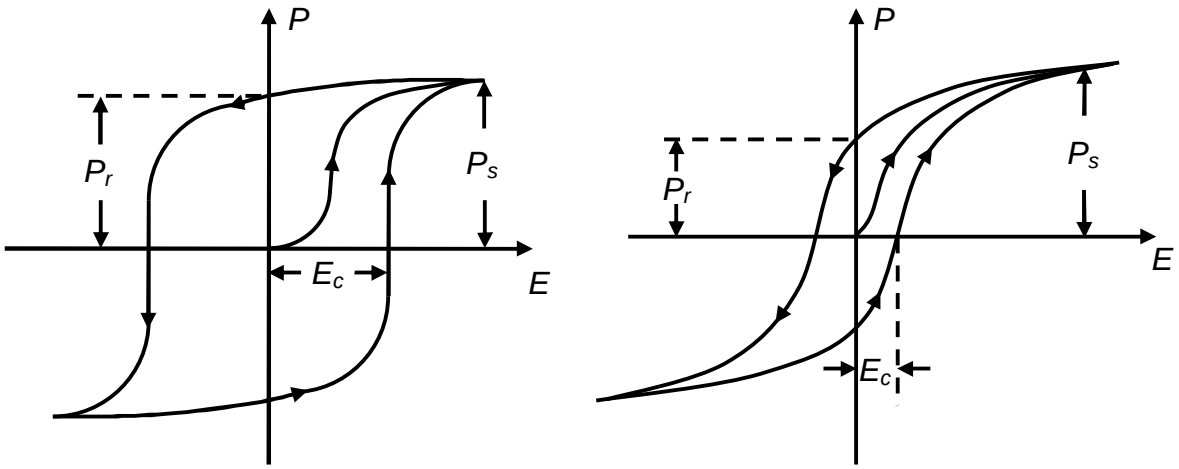
圖 2.2 鈣礦類壓電陶瓷的晶相

壓電陶瓷體的材料屬於複晶，它是由許多個別的晶體來組成，所以會產生許多方向不一的電偶極矩，相同自發極化方向的區域稱為晶域(domain)，而相連晶域間的面稱為晶界(domain boundary)。在完成燒結後，晶體中的晶域會呈現最低能量的排列方式，如圖 2.3(a)，總電耦極矩為零，因此無法有表現出壓電性。為了使某一特定方向存在電偶極矩，壓電陶瓷材料必須置於高壓電場(約 3000*V*/*mm*)處理，使電偶極矩轉向同一方向規則排列，此過程稱為極化(polarization)，極化流程及電耦極矩變化如圖 2.3，另外也可看出極化後陶瓷體內有殘存應變，這說明極化反應在居禮溫度下，此反應為不可逆，當電場移除後極化量不會為零。極化過程可以再詳述如下，在極化的電場強度大於材料的矯頑電場(coercive field, E_c)時，極化會開始產生反轉，當極化量達到飽和值，稱為飽和極化(saturation polarization, P_s)，在移除所施加的電場後所剩下的極化量為殘留極化(remnant polarization, P_r)，極化量與電場的關係可繪成 P-E 遲滯曲線，圖 2.4 為壓電材料中軟、硬材的不同 P-E 遲滯曲線。



(a) 未極化　　(b) 極化中　　(c) 移除電場

圖 2.3 極化與應變



(a) 硬性壓電陶瓷　　(b) 軟性壓電陶瓷

圖 2.4 P-E 遲滯曲線

2-2 壓電方程式

在討論壓電方程式之前，先對一般性材料在加入應力及電場時既有的分析，如當機械應力 T 的施加會產生一機械應變 S 兩者間的關係為：

$$S = sT \tag{2.1}$$

或

$$T = cS \tag{2.2}$$

其中 s 及 c 均為彈性常數，s 稱為彈性韌性(elastic compliance)，而 c 稱為彈性剛性(elastic stiffeness)。而在一般性材料的兩端施加一電場 E 時，材料內部會產生電位移 D，兩者的關係為：

$$D = eE \tag{2.3}$$

或

$$E = bD \tag{2.4}$$

其中 e 稱為介電常數(dielectric constant)或介電係數(permeability)，而 b 稱為反誘電係數(impermeability)。對壓電材料而言，因機電能量轉換特性之存在，而使其關係並不如上述公式(2.1)至(2.4)那麼單純，四個方程式必須補上缺少的機械項或介電項才能完整表示。對壓電效應而言，它涉及四個變數，各別為機械量的應力 T 和應變 S，而另兩個為介電量的電場 E 和電位移 D，因為選擇的自變數與應變數之不同，所以壓電方程式會有四種不同的型態。

d 型態

$$S = s^E T + d_t E \tag{2.5}$$

$$D = dT + e^T E \tag{2.6}$$

g 型態

$$S = s^D T + g_t D \tag{2.7}$$

$$E = -gT + b^T D \tag{2.8}$$

e 型態

$$T = c^E S - e_t E \tag{2.9}$$

$$D = eS + e^S E \tag{2.10}$$

h 型態

$$T = c^D S - h_t D \tag{2.11}$$

$$E = -hS + b^S D \tag{2.12}$$

其中 *d*、*g*、*e*、*h* 稱為壓電參數(piezoelectric parameters)，下標 t 分別表示 *d*、*g*、*e*、*h* 的轉換矩陣(transport matrix)，另外在四種常數上標部份為量測時的邊界條件，s^E 為當電場為定值所量測到的韌性常數，s^D 為當電位移為定值所量測到的韌性常數，c^E 為當電場為定值所量測到的剛性常數，c^D 為當電位移為定值所量測到的剛性常數，e^T 為當應力為定值所量測到的介電常數，e^S 為當應變量為定值所量測到的介電常數，b^T 為當應力為定值所量測到的反誘電常數，b^S 為當應變為定值所量測到的反誘電常數。而上述 *d*、*g*、*e*、*h* 稱為壓電參數各間並非獨立，它們之間的關係為：

$$d = e^T g = e\, s^E \tag{2.13}$$

$$g = b^T d = h s^D \tag{2.14}$$

$$e = e^S h = d c^E \tag{2.15}$$

$$h = b^S e = g c^D \tag{2.16}$$

由於四個壓電參數在機械及電的觀點不同時，可以定義出不同代表名稱，使用上以直接稱為 *d* 參數、*g* 參數、*e* 參數及 *h* 參數較為方便，在實際應用上舉例來說致動器需要較高的 *d* 參數，感測器則重視 *g* 參數。以下將四種參數的定義、表示式及單位表列於表 2.1。[9]

表 2.1 各種壓電參數之定義

符號	定義	表示式	單位
d	(1) 電場為定值時所產生的電位移與外加機械應力之比 (2) 應力為定值時所產生的應變與外加電場之比	$d=\left.\frac{\partial D}{\partial T}\right\|_E$ $d=\left.\frac{\partial S}{\partial E}\right\|_T$	cl/N m/V
g	(1) 電位移為定值時所產生的電場與外加機械應力之比 (2) 應力為定值時所產生的應變與外加電位移之比	$d=\left.\frac{\partial E}{\partial T}\right\|_D$ $d=\left.\frac{\partial S}{\partial D}\right\|_T$	Vm/N m/cl
e	(1) 電場為定值時所產生的電位移與外加應變之比 (2) 應變為定值時所產生的應力與外加電場之比	$d=\left.\frac{\partial D}{\partial S}\right\|_E$ $d=\left.\frac{\partial T}{\partial E}\right\|_S$	cl/m N/Vm
h	(1) 電位移為定值時所產生的電場與外加應變之比 (2) 應變為定值時所產生的應力與外加電位移之比	$d=\left.\frac{\partial E}{\partial S}\right\|_D$ $d=\left.\frac{\partial T}{\partial D}\right\|_S$	V/m N/cl

考慮壓電的方向性，則需要(9x9)矩陣，以 d 型態為例，壓電矩陣可表示如式(2.17)，其中方向是以直角座標系的定義，x、y、z 的方向分別為 1、2、3，而 4、5、6 分別表示 x、y、z 的剪力方向，如圖示 2.5。

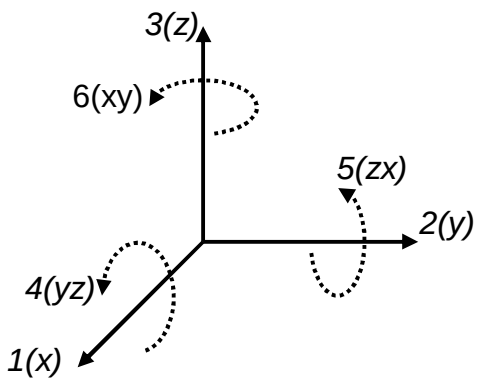


圖 2.5 壓電材料方向表示

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & s_{14}^E & s_{15}^E & s_{16}^E & d_{11} & d_{21} & d_{31} \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & s_{24}^E & s_{25}^E & s_{26}^E & d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & s_{34}^E & s_{35}^E & s_{36}^E & d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ s_{41}^E & s_{42}^E & s_{43}^E & s_{44}^E & s_{45}^E & s_{46}^E & d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ s_{51}^E & s_{52}^E & s_{53}^E & s_{54}^E & s_{55}^E & s_{56}^E & d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ s_{61}^E & s_{62}^E & s_{63}^E & s_{64}^E & s_{65}^E & s_{66}^E & d_{16} & d_{26} & d_{36} \\ d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & e_{11}^T & e_{12}^T & e_{13}^T \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & e_{21}^T & e_{22}^T & e_{23}^T \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & e_{31}^T & e_{32}^T & e_{33}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

其中彈性參數矩陣及介電參數矩陣都為角對稱矩陣，經過壓電陶瓷晶體結構的對稱關係也使多數參數不存在，因而得到簡化，另外極化處理後的壓電陶瓷具有壓電性，以極化方向為 z 軸為例，其對稱性與六角晶系 $6mm$ 者相似，因此壓電矩陣可以表示成式(2.18)即可：

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{12}^E & s_{22}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{31} \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & e_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 & e_{22}^T & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{22}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \tag{2.18}$$

在不同極化方向時，壓電參數的項目不變，在使用上僅需注意參數在矩陣中的位置，因此在壓電陶瓷 z 極化方向的參數中，一般會如表 2.2 標示的彈性參數矩陣、介電參數矩陣和壓電參數矩陣，便可對壓電材料做方程式的運算。

表 2.2 壓電陶瓷參數矩陣

$\begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ & & & s_{44}^E & 0 & 0 \\ & \text{Symmetric} & & & s_{44}^E & 0 \\ & & & & & s_{66}^E \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} e_{11}^T & 0 & 0 \\ & e_{11}^T & 0 \\ \text{Symmetric} & & e_{33}^T \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
(a) 彈性參數矩陣	(b) 介電參數矩陣	(c) 壓電參數矩陣

2-3 壓電材料參數與定義

在研究壓電材料時，除了壓電方程式中的各種參數外，還有一些常用的衡量方法，可以清楚比較出不同壓電材料的特性，其材料參數在應用上更是為重要的依據，例如以下五種：

(1) 介電損失(Dielectric Loss)

壓電材料是介電材料的一種，可藉由介電損失來了解壓電材料的特性。介電損失是描述介電材料在交流電場的介電行為，其來源有極化滯後和介質的漏電。當壓電陶瓷體受到交流電場作用時，晶體的電耦極矩會隨著交流電場方向的不同而改變，若交流電的頻率太快，使得晶體中的電偶極矩趕不上交流電場的改變，則會有延遲現象產生，由於極化滯後會導致介電損耗的發生，使得供給壓電晶體的能量有部分會消耗在強迫電偶極矩的轉動上而變成熱能消耗掉。漏電現象是因為介電質不可能完全絕緣，因此在介電質內會有漏電流產生，主要和內部缺陷有關。若介電損失愈大，材料特性就愈差。

(2) 機電耦合因數(Electromechanical Coupling Factor)

機電耦合因數表示壓電陶瓷體在受到應力或電場時，機械能和電能互相轉換的能力，以 k 表示，分別有正、逆壓電效應的表示方式如式(2.19)：

$$k^2 = \frac{\text{正壓電效應儲存之電能}}{\text{輸入之機械能}} = \frac{\text{逆壓電效應儲存之機械能}}{\text{輸入之電能}} \tag{2.19}$$

一般來說，k 較大會使得元件有較高的帶寬和較低的插入損耗。k 隨著其振動模態及頻率而變，例如一般命名 k_p 為平面耦合因數、k_t 為厚度耦合因數。機電耦合因數的大小視元件要求而定，通常希望機電耦合因數的值要高。

(3) 機械品質因子(Mechanical Quality Factor)

當壓電陶瓷體受力而做機械振動時，由於晶格形變產生內部摩擦造成能量損失，而導致機械損耗，機械品質因子是表示壓電陶瓷體在共振時機械損耗的大小，機械品質因子定義為：

$$Q = 2p\,\frac{\text{共振時所儲存的機械能}}{\text{共振時每週期機械損失的能量}} \tag{2.20}$$

機械品質因子與振動模式有關，Q 值越高表示所損耗的能量愈小，對壓電材料而言低 Q 值可用於製造寬頻的換能器。

(4) 頻率常數 N_i(Frequency Constant)

$$N_i = f_i \times l \tag{2.21}$$

下標 i 是表示壓電陶瓷體在 i 方向的諧振頻率，l 是諧振方向中的振動長度，可由振動模式來判斷。例如在圓片徑向振動模態中的 l 為陶瓷體的直徑，而在厚度振動模式中的 l 為陶瓷體的厚度。

(5) 居禮溫度

當溫度超過居禮溫度時，熱能使晶體內離子自由振動不再有不對稱中心，壓電陶瓷晶體的電耦極矩總和為零，造成壓電性的消失，所以工作溫度不可超過居禮溫度點。

2-4 壓電材料和應用

如前所述壓電現象有正、逆兩種效應，同時具有此兩種效應的材料稱為壓電材料，其種類有以下五種介紹如下：

(1) 單晶(single crystal)：

單晶類有良好的溫度特性，Q 值高但製造困難，需要特殊的晶體成長技術，特性受切面影響，例如石英、羅德鹽、電氣石、鈮酸鋰、鉭酸鋰等，其中電氣石和羅德鹽有遇水會分解的缺點。

(2) 薄膜(thin film)：

薄膜類材料導電性介於金屬與陶瓷之間，又稱半導體類，需要真空技術，不同的真空條件會產生不同的特性，如氧化鋅、氮化鋁等。在矽基板上濺鍍一層壓電薄膜做為表面聲波元件，可達到積體化的要求，所以應用於無線通訊產品。

(3) 聚合物(polymer)：

聚合物類為高分子構成其柔軟可作甚薄的元件，有低聲學阻抗特性，但壓電參數小，且需要很高的極化電場，例如 PVDF 而言其在室溫時之極化電場高達 4*MV*/*mm*。

(4) 陶瓷(ceramic)：

陶瓷類壓電活性良好，有高強度、耐酸鹼、耐磨耗，可製成任何形狀，但溫度係數大，同聚合物需要有極化處理，但通常極化電場較聚合物低甚多，例如 PZT 其極化電壓約只要約 3000*V*/*mm* 左右。

(5) 複合材料(composite material)：

複合材料類即使用兩種不同分類的壓電材料做合成，例如 PVDF 與 PZT。

各種材料的優缺點有其適用的場合，表 2.3 列出代表性壓電材料之特性參數[10]，而陶瓷類因為具有製造容易，可製成任何形狀，同時其特性可隨組成作多樣性的變化，目前為壓電元件的主流，本文中超音波感測器所使用的壓電片即為其中的應用例。

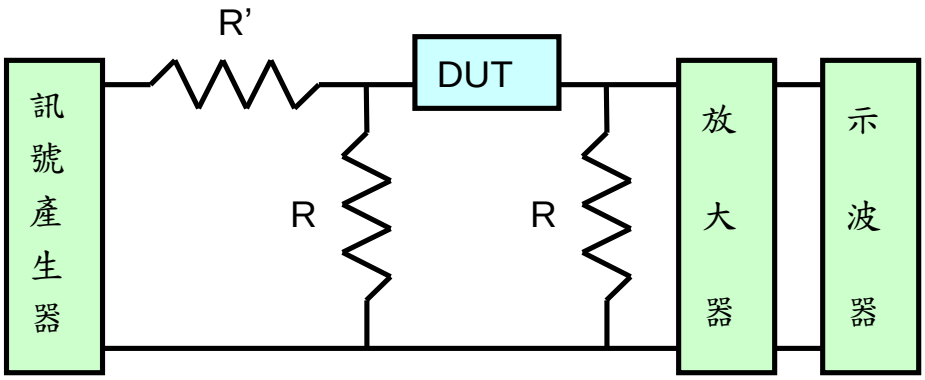
表 2.3 代表性壓電材料之特性參數

參數 \ 材料	鈦鐠酸鉛(PZT-5)	聚偏二氟乙烯(PVF2)	石英(Quartz)
耦合因數(%)，k_d	34	16	9
機械品質因數，Q_m	75	400	2,000,000
相對介電常數，e_r	1,700	11	4.5
$d_{31}(10^{-12}m/V)$	171	23	2
$g_{31}(10^{-3}Vm/N)$	11	200	50

2-5 壓電等效電路與應用

當壓電當作一個諧振體使用時,在交流場的作用下由於逆壓電效應晶體會產生機械振動，這種機械振動的幅度會視外加電場的頻率而改變，當晶體產生機械振動時由於正壓電效應又會在晶體表面上產生了交變電荷，而在電路中形成交流電。壓電晶體擁有一個固定的振動頻率，稱之為諧振頻率。當外加交流電場的頻率等於晶體的諧振頻率時，壓電晶體的機械振動幅度會達到最大，在外部電路中的電流也會最大，此時晶體的機械振動在外部電路中所表現的就像是電壓諧振,壓電陶瓷的應用其中一部份工作方式就是操作在其諧振頻率，來獲得大功率的機電輸出。

壓電元件的測量可分兩部份，一般的壓電參數可利用靜態方法加以測量，而當利用壓電體來作諧振器或振盪子時則需用動態方來測量,量測方法也有數種但大多以諧振法最為簡便。基本的測量電路如圖 2.6 所示，目前市面上有些許多儀器設備可以直接對待測物加以量測，也就是指阻抗分析儀，在頻率範圍、適用場合的區別，在功能上的設計也差異頗大，例如常見的 4294A、E4991A 等，但無論是何種阻抗分析儀，其基本工作原理都是相同的，在圖 2.6 中的電路裡為了使測量誤差減至最小，訊號產生器中所使用的振盪器輸出波形應為一高純度的正弦波小訊號,而放大器則要為高度線性放大器，示波器則將電壓及電流訊號顯示出以供數據記錄。本研究中所使用的阻



R'：限流電阻

R ：匹配電阻

圖 2.6 基本測量電路

抗分析儀為 Wayne Kerr 6520B，來對感測器做特性的量測。

使用阻抗分析儀我們可以針對所設定的頻率範圍得到導納或阻抗圖，在壓電陶瓷的諧振點和反諧振點附近做量測可以得到類似圖 2.7 的阻抗圖，此時我們可以用一種

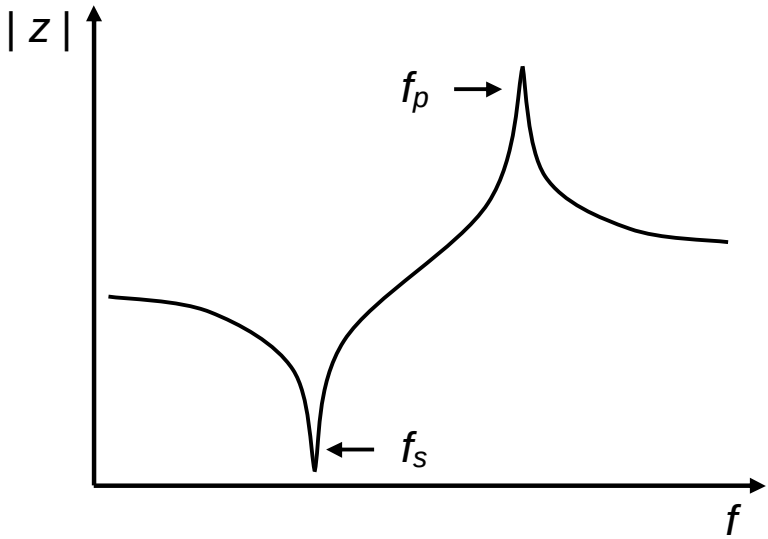


圖 2.7 壓電體之阻抗與頻率關係

簡單等效電路如圖 2.8 來表示[11]，在這個圖中有四個主要參數：靜態電容 C0，動態電容 C1，動態電感 L1 及動態電阻 R1，或者以極座標表示如圖 2.9，可以看出此等

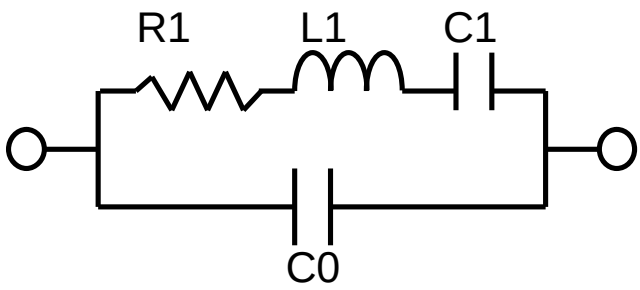


圖 2.8 諧振體等效電路

效電路共有三組不同定義及特性的共振頻率

(1) 串聯諧振頻率及並聯諧振頻率(series resonance frequency and parallel resonance frequency, f_s *and* f_p)

(2) 諧振頻率及反諧振頻率(resonance frequ*ency and anti-resonance frequency*, f_r *and* f_a)

(3) 最大導納頻率及最小導納頻率(maximum admittance frequency and minimum admittance freq*uency*, f_m *and* f_n)

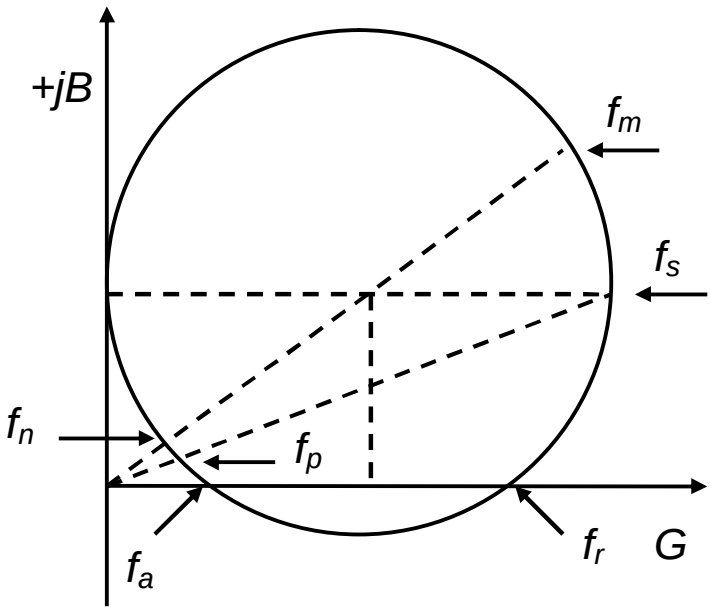


圖 2.9 極座標圖

串聯諧振頻率 f_s 及並聯諧振頻率 f_p 是分別由導納最大和阻抗最大時的頻率，諧振頻率 f_r 及反諧振頻率 f_a 分別是當電抗等於零純電阻特性的二個頻率，在評估共振時的等效線路，串聯諧振頻率及並聯諧振頻率是最重要的二個頻率，由等效電路圖 2.9 做基本電路學的運算，對於串聯諧振頻率及並聯諧振頻率二者的關係我們可以用下列公式來表達：

$$f_s = \frac{1}{2p\sqrt{L1C1}} \tag{2.22}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C1+C0}{C1C0L1}} \tag{2.23}$$

從阻抗分析儀量得的串聯諧振和並聯諧振點後，再以低頻測量壓電體電容時，可以忽略電感 L1 得到自由電容 C_T，C_T= C0 + C1，因此可以解出等效電路中的電感和兩個電容的值，而在電阻 R1 部份即為消耗功率元件，當諧振發生時串聯的 C1 和 L1 可視為短路，因此讀取諧振頻率的實部阻抗最小值即可獲得，有了等效電路完整的元件參數，也可利用等效電路來求得壓電陶瓷在此共振頻的機械品質因子 Q，公式如下：

$$Q = \frac{1}{R1}\sqrt{\frac{L1}{C1}} \tag{2.24}$$

最後再補充，由於壓電陶瓷存在多個諧振頻率，此時接近的等效電路可以表示如圖 2.10。

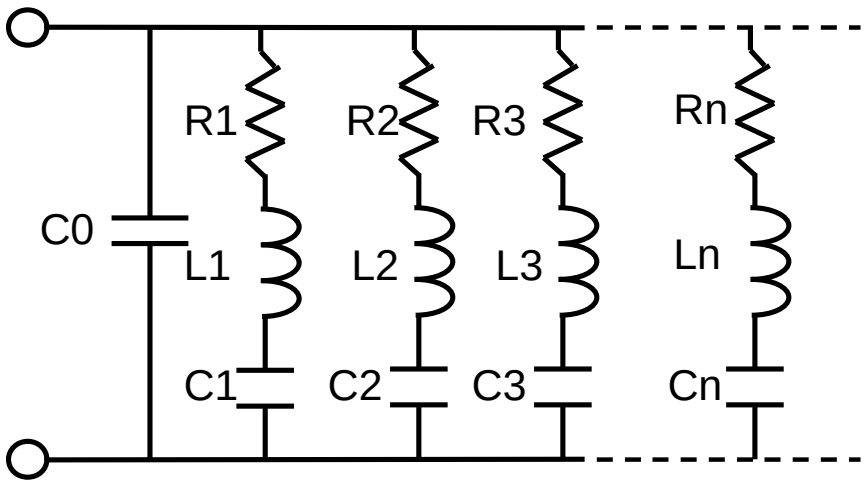


圖 2.10 壓電諧振體等效電路

第三章 超音波感測器理論與量測分析

3-1 非對稱圓形壓電複合薄板理論

超音波感測器主要是由壓電片和金屬貼合後一起作動，以封閉式的超音波感測器元件來說，其結構雖然複雜但大多是為了指向的設計或者是縮短殘響時間，因此就引起感測器元件的振動來說，可以簡化至壓電片和金屬片兩者來討論即可，如圖 3.1 所示，只考慮金屬外殼的底部的壓電片、金屬板及所使用的膠結材料。

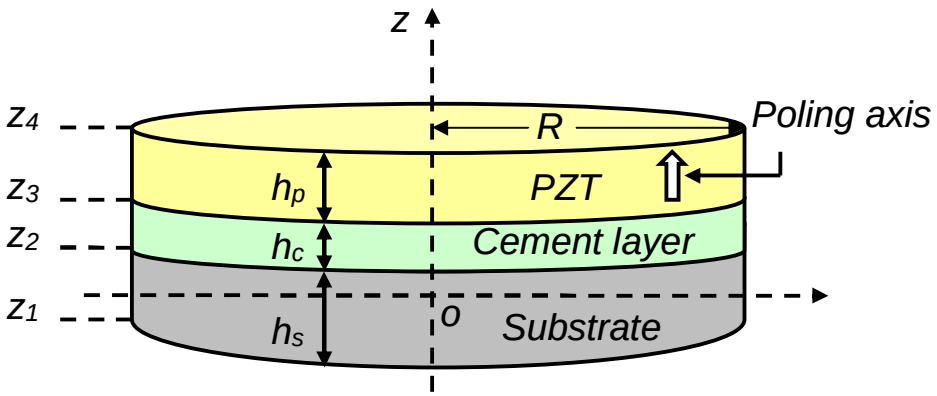
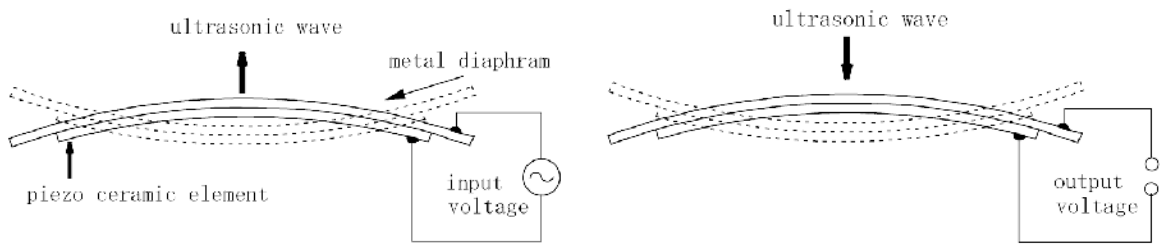


圖 3.1 非對稱圓形壓電複合薄板

這樣的結構稱為非對稱圓形複合薄板(non-symmetric circular bimorph)，結構包括厚度 h_p 的壓電片、厚度 h_c 的黏接膠及厚度 h_s 的金屬基板，假設這三層有相同的半徑 R，壓電片的極化方向是平行於 z 軸，座標軸的原點設定在金屬基板幾合的中心，圖 3.1 中除了 z_1、z_2、z_3、z_4 四點代表三層材料的 z 座標外，還有 z_0 在原點上方的未知位置，在此先做假設。壓電片的上下表面是刷滿電極的，由於電極是由極薄的銀膏所塗成，相對於其他層的厚度在這裡將之忽略。

一般分析壓電片的理論基礎是利用超聲波在等向性及非等向材料中的波傳行為

著手，聲波在彈性材料的傳播行為可由三個方程式來決定，(1)材料應力與應變的組成方程式(constitutive equation)，(2)彈性體中的牛頓第二運動定律方程式，(3)彈性力學中假設微小變形時之位移應變關係。在推導的過程中，縱波在等向性材料的波傳行為可以類比成電波在傳輸線的傳遞行為，而縱波在壓電材料的波傳行為可以由 Mason 等效電路來做解釋[12]。在寫成波動方程式後，經由邊界條件及假設振動形式為一般簡諧振動的條件下求解，這樣的分析可以在多數的換能器分析上看到[13-16]。但由於本文研究的封閉式的感測器是壓電片貼於金屬板上，當電場與極化方向相同時壓電片伸長並在徑向收縮，造成金屬板向壓電片彎曲，同理當電場與極化方向相反則彎向另一邊，如圖 3.2(a)所示來產生超音波。在做為接收端時，金屬板在收到超音波的聲場時振動擠壓其上的壓電片因此產生接收訊號，如圖 3.2(b)，但注意這兩張圖的邊界條為鉸支承(simply supported)，本文中討論的封閉式感測器結構邊界條件接近於夾鉗(clamped edge)。這樣的工作方式不同於波的傳播，而是一種撓曲(flexure)行為，因此採用接著介紹的方法。



(a) 發射端　　(b) 接收端

圖 3.2 感測器之撓曲現象

在做撓曲的分析之前，為了減少運算的複雜度在這裡必須做以下(1)~(4)項機械方程式的假設和(5)~(6)的電氣方程式，可以得到合理的簡化：

(1) 每一層的厚度是遠大於撓曲的變形，應力 T_3 和應變 S_3 在圖 3.1 中 z 軸方向在材料內部是等於零，或者以圓柱座中的 T_z 和 S_z 來表示。

(2) 中性面(neutral plane)位在 $z = 0$，並保持中性面的位置無論是在彎曲的前後狀態。

(3) 所要求解的撓曲位移方程式 $v=(r,q,z)$ 只和質點位置 r 及時間 t 相關，如此可以寫成式 3.1。

$$v\left(r,t\right)=W\left(r\right)\exp\left(jwt\right) \tag{3.1}$$

(4) 由於結構中的每一層是貼合在一起的，所以各層撓曲位移方程式 $v(r,t)$ 視為相同，並且 S_r 和 S_q 也是相同及其他方向應變等於零，所以位移 u_r、u_q、u_z 可表示成式(3.2, 3.3)[17,18]。

$$u_r=-z\frac{\partial W}{\partial r}\ ,\qquad u_q=u_z=0 \tag{3.2, 3.3}$$

再把式 3.2 代入應變方程式，將應變的方程式表示為式(3.4-3.6)

$$S_r=\frac{\partial u_r}{\partial r}=-z\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} \tag{3.4}$$

$$S_q=\frac{u_r}{r}=-\frac{z}{r}\frac{\partial W}{\partial r} \tag{3.5}$$

$$S_z=S_{rq}=S_{qz}=S_{zr}=0 \tag{3.6}$$

(5) 在壓電材料的電通密度 D，從電磁學中的蒲松方程式(Poisson equation)可以得到式(3.7)

$$\nabla\cdot D=0 \tag{3.7}$$

從這個式子可以知道在壓電材料內部沒有自由電荷，而且電荷在上電極與下電極是相等的。因為電極是在壓電片的表面，所以 D_r 和 D_q 為零，式(3.7)可以改為

$$\frac{\partial D_z}{\partial z}=0 \tag{3.8}$$

解方式(3.8)可得到

$$D_Z=D_0+D\left(r,q\right) \tag{3.9}$$

式(3.9)意味著 D_z 在 z 軸方向為獨立，但可能相關於另外兩個方向，由 r 和 q

組成。

(6) 由於結構對稱，電場 E_r 和 E_q 的組成為零，在 E_z 方向的電場由電極的電壓差可以得到式(3.10)

$$E_z = -\frac{\partial f}{\partial z} \tag{3.10}$$

根據先前的假設及 IEEE 標準協會對壓電的注釋(IEEE Standard on piezoelectricity)，壓電方程式在圓柱座標的表示下，可以寫成下面式(3.11-3.13)

$$T_r = c_{11}^E S_r + c_{12}^E S_\theta - e_{31} E_z \tag{3.11}$$

$$T_\theta = c_{12}^E S_r + c_{11}^E S_\theta - e_{31} E_z \tag{3.12}$$

$$D_z = e_{31} S_r + e_{31} S_\theta + \varepsilon_{33}^E E_z \tag{3.13}$$

這裡的 T_r 和 T_q 是重直於 z 軸的應力，而 E_z 和 D_z 是電場和電通密度平行於 z 軸，c^E 是電場為定值所量測到的剛性常數，e^S 當應變量為定值所量測到的介電常數，e_{31} 為壓電參數。未提及的應力方向都視為零，式(3.11-3.13)顯示出撓曲的方程式的運算已經減化為二維，然而式中的 S_r 和 S_q 都可以表示成 $W(r,t)$ 關係式，所以已經簡化到一維方程式。

再注意到由於定電場的 c_{13} 等於零，在式(3.11-3.13)中彈性常數已經不是表示三維的常數而是二維的常數，可以寫成用材料特性中的楊氏係數(Young modulus, Y_p)和蒲松比(Poisson ratio, s_p)來表示如式(3.14, 3.15)

$$c_{11}^E = \frac{s_{11}^E}{s_{11}^{E\,2} - s_{12}^{E\,2}} = \frac{Y_p}{1-\sigma_p^{\ 2}} \tag{3.14}$$

$$c_{12}^E = \frac{-s_{12}^E}{s_{11}^{E\,2} - s_{12}^{E\,2}} = \frac{\sigma_p Y_p}{1-\sigma_p^{\ 2}} \tag{3.15}$$

同樣的壓電材料在定電場的韌性常數 s_{11} 和 s_{12} 和蒲松比在圓柱座標的表示下也可以寫成式(3.16)[19]

$$\sigma_p = -\frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \tag{3.16}$$

這裡的蒲松比是在由定電場的韌性常數表示，所以可以寫成s^E，但在此都不以這樣表示。最後代表壓電片的機械方程式(3.11, 3.12)寫成式(3.17, 3.18)

$$T_r = \frac{-zY_p}{1-\sigma_p{}^2}\left[\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\sigma_p}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right] - e_{31}E_z \tag{3.17}$$

$$T_\theta = \frac{-zY_p}{1-\sigma_p{}^2}\left[\sigma_p\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right] - e_{31}E_z \tag{3.18}$$

在壓電片裡的應力 T_z 為零，同樣的在黏接膠和金屬基板的分析上也視為零，其他方向的應力和應變的方程式則遵守虎克定律(Hooke law)，可以寫成(3.19-3.22)

$$T_r = \frac{-zY_c}{1-\sigma_c{}^2}\left[\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\sigma_c}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right], \qquad T_\theta = \frac{-zY_c}{1-\sigma_c{}^2}\left[\sigma_c\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right] \tag{3.19, 3.20}$$

$$T_r = \frac{-zY_s}{1-\sigma_s{}^2}\left[\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\sigma_s}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right], \qquad T_\theta = \frac{-zY_s}{1-\sigma_s{}^2}\left[\sigma_s\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right] \tag{3.21, 3.22}$$

其中式(3.19, 3.20)為接合膠的方程式，Y_c和s_c是接合膠的楊氏係數及蒲松比，同理式(3.21, 3.22)為金屬基板的方程式 Y_s和s_s是金屬基板的楊氏係數及蒲松比，可以看出相較於壓電片的方程式少了介電項。

因為撓曲力矩(flexural moment)必須從中性面(neutral plane)來計算，所以第一個步驟是找出中性面在結構中的所在位置。從一個小單元的剖面來看，相同材料應力對 z 軸位置的變化是線性的，如圖 3.3 所示，應力在中性面的時為零，並且在中性面兩側應力大小相等方向相反，所以總和為零，可以表示為以下 r 方向及q方向的應力積分方程式(3.23, 3.24)

$$\int_{z_1}^{z_0} T_{rs} = \int_{z_0}^{z_2} T_{rs} + \int_{z_2}^{z_3} T_{rc} + \int_{z_3}^{z_4} T_{rp} \tag{3.23}$$

$$\int_{z_1}^{z_0} T_{\theta s} = \int_{z_0}^{z_2} T_{\theta s} + \int_{z_2}^{z_3} T_{\theta c} + \int_{z_3}^{z_4} T_{\theta p} \tag{3.24}$$

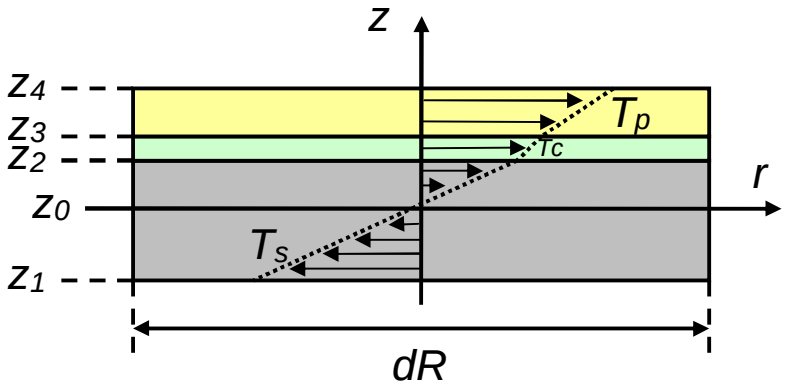


圖 3.3 中性面及應力分佈

其中下標 s、c、p 分別表示在金屬基板、接合膠及壓電片三種不同材料，代入式(3.17-3.22)到應力的積分方程式中，最後可以求得中性面 z_0 的位置，得到式(3.25)

$$z_0 = \frac{\dfrac{Y_c h_c (h_s + h_c)}{1+\sigma_c^{\ 2}} + \dfrac{Y_p h_p (h_s + 2h_c + h_p)}{1+\sigma_p^{\ 2}}}{2\left(\dfrac{Y_s h_s}{1+\sigma_s^{\ 2}} + \dfrac{Y_c h_c}{1+\sigma_c^{\ 2}} + \dfrac{Y_p h_p}{1+\sigma_p^{\ 2}}\right)} \tag{3.25}$$

由於原點是在金屬基板的幾何中心，基板上方比下方增加了接合膠及壓電片，所以中性面 z_0 的位置可想而知是在原點的上方，再用 z_0 來表示 z_1、z_2、z_3 及 z_4 的相對位置，如式(3.26-3.29)

$$z_1 = -\left(\frac{h_s}{2} + z_0\right), \qquad z_2 = \frac{h_s}{2} - z_0 \tag{3.26, 3.27}$$

$$z_3 = h_c + \frac{h_s}{2} - z_0, \qquad z_4 = h_p + h_c + \frac{h_s}{2} - z_0 \tag{3.28, 3.29}$$

綜合以上所有的推導，於是我們有足夠資訊寫出撓曲力矩在 r 方向和 q 方向的方程式，根據板殼理論力矩和應力可以表示成式(3.30, 3.31)

$$M_r = \int_{z_1}^{z_2} zT_{rs}dz + \int_{z_2}^{z_3} T_{rc}dz + \int_{z_3}^{z_4} zT_{rp}dz \tag{3.30}$$

$$M_q = \int_{z_1}^{z_2} zT_{qs}dz + \int_{z_2}^{z_3} T_{qc}dz + \int_{z_3}^{z_4} zT_{qp}dz \tag{3.31}$$

相同的我們在 M_r、M_q的下標加上 s、c、p 來表示不同材料力矩，分開寫出六個力矩的式子(3.32-3.37)

$$M_{rs} = -D_s\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\sigma_s}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right), \qquad M_{\theta s} = -D_s\left(\sigma_s\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right) \quad (3.32, 3.33)$$

$$M_{rc} = -D_c\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\sigma_c}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right), \qquad M_{\theta c} = -D_c\left(\sigma_c\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right) \quad (3.34, 3.35)$$

$$M_{rp} = -D_p\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\sigma_p}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right) + M_p \quad (3.36)$$

$$M_{\theta p} = -D_p\left(\sigma_p\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right) + M_p \quad (3.37)$$

在等式中 D_s、D_c 及 D_p 為各層不同材料的撓曲剛性(flexural rigidity)，根據式(3.30,3.31)應力的代入推導，在這裡我們可以寫成由楊氏係數、蒲松比及材料厚度來表示，得到式(3.38-3.40)

$$D_s = \frac{Y_s}{1\text{-}\sigma_s^{\,2}}\left(\frac{h_s^{\,3}}{12} + h_s z_0^{\,2}\right) \quad (3.38)$$

$$D_s = \frac{Y_c}{1\text{-}\sigma_c^{\,2}}\left[\frac{h_c^{\,3}}{3} + h_c\left(\frac{h_s}{2} - z_0\right)\left(\frac{h_s}{2} + h_c - z_0\right)\right] \quad (3.39)$$

$$D_p = \frac{Y_p}{1\text{-}\sigma_p^{\,2}}\left[\frac{h_p^{\,3}}{3} + h_p\left(\frac{h_s}{2} + h_c - z_0\right)\left(\frac{h_s}{2} + h_c + h_p - z_0\right)\right] \quad (3.40)$$

另外在壓電片的力矩方程式中，因為多了壓電效應的影響產生 M_p 這個項，可以表示成式(3.41)

$$M_p = -\frac{e_{31}E_z h_p}{2}\left(h_s + 2h_c + h_p\text{-}2z_0\right) \quad (3.41)$$

我們可以注意在壓電的力矩方程式中 M_p 對電場是有響應的，造成複合薄板的撓曲。最後將三種材料的力矩相加得到總體力矩(global moment)M_r 和 M_q，並以總體撓曲剛

性(global flexural rigidity)D_G及總體蒲松比(global Poisson ratio)s_G來表示，如式(3.42, 3.43)

$$M_r = -\left(D_s + D_c + D_p\right)\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{\sigma_s D_s + \sigma_c D_c + \sigma_p D_p}{r}\frac{\partial W}{\partial r} + M_p = -D_G\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{\sigma_G}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right) + M_p \tag{3.42}$$

$$M_\theta = -\left(\sigma_s D_s + \sigma_c D_c + \sigma_p D_p\right)\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} - \frac{D_s + D_c + D_p}{r}\frac{\partial W}{\partial r} + M_p = -D_G\left(\sigma_G\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right) + M_p \tag{3.43}$$

其中

$$D_G = D_s + D_c + D_p, \qquad \sigma_G = \frac{\sigma_s D_s + \sigma_c D_c + \sigma_p D_p}{D_G} \tag{3.44, 3.45}$$

根據牛頓定律，撓曲運動方程式可以寫成式(3.46)

$$D_G\frac{\partial^4 W}{\partial r^4} + \rho_H\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \tag{3.46}$$

其中 D_G 即為總體撓曲剛性由式(3.44)定義，r_H 則為複合薄板的每單位面積的質量，可以由每層材料密度乘以厚度來求得，以r_s、r_c、r_p 分別表示金屬基板、接合膠、壓電片，則r_H可寫成式(3.47)

$$\rho_H = \rho_s h_{s+}\rho_c h_c + \rho_p h_p \tag{3.47}$$

我們會在壓電複合結構的電極兩端施加交流電源做為驅動電壓，所以在使用諧和激發(harmonic excitation)下，方程式(3.46)改寫如式(3.48)

$$D_G\frac{\partial^4 W}{\partial r^4} - \rho_H\omega^2 W = 0 \tag{3.48}$$

再把式(3.48)寫成式(3.49)的形式，a即為撓曲的波數(wave number)

$$\frac{\partial^4 W}{\partial r^4} - \alpha^4 W = 0, \qquad \alpha^4 = \frac{\rho_H\omega^2}{D_G} \tag{3.49, 3.50}$$

式(3.49)之解寫成包含時間和位置的函數v或不包含時間的函數 W，如式(3.51, 3.52)[20]

$$v\left(r,t\right)=\left[AJ_0\left(\alpha r\right)+BI_0\left(\alpha r\right)+C\right]\exp^{j\omega t} \tag{3.51}$$

$$W\left(r\right)=AJ_0\left(\alpha r\right)+BI_0\left(\alpha r\right)+C \tag{3.52}$$

現在我們需要足夠的邊界條件來找出 A、B 及 C 三個係數，先前有提到封閉式感測器的邊界條件接近於夾鉗，是因為金屬外殼底部類似於非對稱圓形壓電複合薄板並連接側邊結構。在使用夾鉗的邊界條件下可以得到質點在半徑等於 R 的最外圍位移為零，且一次微分位移等於零，如式(3.53, 3.54)

$$W\left(R\right)=AJ_0\left(\alpha R\right)+BI_0\left(\alpha R\right)+C=0 \tag{3.53}$$

$$\frac{\partial W\left(R\right)}{\partial r}=\text{-}AJ_1\left(\alpha R\right)+BI_1\left(\alpha R\right)=0 \tag{3.54}$$

另一個邊界條件為圓中心的力矩 M_r、M_q等於零，將(3.42, 3.43)兩式令為零相加並整理可以得到式(3.55)

$$\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}=\frac{2M_p}{D_G\left(1+\sigma_G\right)} \tag{3.55}$$

把式(3.52)代入式(3.55)的左式，經過微分後代入 $r = 0$，式(3.55)的左式可以得到 $a^2(-A+B)$，式(3.55)變成式(3.56)

$$\text{-}A+B=\frac{2M_p}{\alpha^2 D_G\left(1+\sigma_G\right)} \tag{3.56}$$

從式(3.54)和式(3.56)就可以解出 A 和 B，再代入式(3.53)即可求得 C，最後 W 的解為式(3.57)

$$W\left(r\right)=\frac{\dfrac{2M_p}{\alpha^2 D_G\left(1+\sigma_G\right)}}{\text{-}J_1\left(\alpha R\right)+I_1\left(\alpha R\right)}\left[\text{-}J_0\left(\alpha r\right)I_1\left(\alpha R\right)\text{-}J_1\left(\alpha R\right)I_0\left(\alpha r\right)+\Delta\right] \tag{3.57}$$

其中

$$\Delta=J_0\left(\alpha R\right)I_1\left(\alpha R\right)+J_1\left(\alpha R\right)I_0\left(\alpha R\right) \tag{3.58}$$

當發生共振時$\Delta = 0$，從式(3.58)我們可以解出 n 組解，代表隨著頻率增加有多個共振頻發生，而質點的位移量也可以正比於所產生的聲場。[21]

3-2 超音波感測器之有限元素理論

超音波感測器振動時主要的三種材料壓電片、接合膠和金屬基板在撓曲運動的描述上，以簡化的條件下雖然可以做分析，但為了更貼近真實感測器的結構，本文也使用有限元素法對壓電元件加以模擬。有限元素法是電腦輔助工程(CAE)其中一個方法，運用電腦快速運算能力以數值分析法來求解可以解決傳統理論的不足，其原理是將複雜的幾何形狀切割成簡單的元素(element)，元素和元素之間以節點(node)連接在一起，依照不同分析項目每個節點有不同的自由度(degree of freedom, *DOF*)，自由度包含所有的物理義意，但不管使用那些假設或數值方法，計算的形式都是以變形量和外力為一線性關係，即虎克定理來求解。[22]

一般有限元素法分析流程分三大部份，前置處理(preprocessing)、解題程式(solution)以及後置處理(post processing)，每個部份的主要工作再分別列出於下：

(1) 前置處理

1. 選用適當的元素，定義元素特性及材料性質
2. 建立被分析結構物的實體模型
3. 產生有限元素模型

(2) 解題程式

1. 確定分析方式及解法選項
2. 設定拘束邊界條件
3. 設定外力或能量源的邊界條件
4. 設定輸出入控制與求解

(3) 後置處理

1. 讀出結果

由於節點上自由度的數目不只一項，使用虎克來進行計算時，不再是純量的數值關係而是向量的矩陣關係，因此更適合使用電腦來進行系統化的解題程序，以下就本文中

使用到的模態分析與頻域分析的原理做解說。

從線性壓電之 e 型組成方程式(2.9, 2.10)與牛頓第二運動定律，將線性壓電材料之控制方程式寫於式(3.59-3.61)

$$\{T\}=[C^E]\{S\}-[e]^T\{E\},\qquad \{D\}=[e]\{S\}-[\varepsilon^S]\{E\} \tag{3.59, 3.60}$$

$$\rho\{\ddot{u}\}=\nabla\{T\} \tag{3.61}$$

方程式中上標 T 代表將矩陣轉置，r 為密度，$\{u\}$為物質的位移包含 x、y、z 三個方向，應變向量$\{S\}$與位移向量$\{u\}$可以再以式(3.62)表示

$$\{S\}=[B_u]\{u\} \tag{3.62}$$

其中

$$[B_u]=\begin{bmatrix} \partial/\partial_x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial_y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial_z \end{bmatrix} \tag{3.63}$$

在電力方面同式(3.7)需滿足電磁學中的蒲松方程式(Poisson equation)，壓電片為良好絕緣物質，內部不會有電荷流動，可得式(3.64)，及電場強度與電位能(electric potential)的關係為式(3.65)

$$\nabla\cdot\{D\}=0,\qquad \{E\}=-\{B_f\}f \tag{3.64, 3.65}$$

其中

$$\{B_f\}=[\partial/\partial x \quad \partial/\partial y \quad \partial/\partial z]^T \tag{3.66}$$

由式(3.58-3.65)可建立線性壓電材料的模型，只要輸入材料係數並有適當的邊界條件即可求解。方程式中雖然有電場的效應，但如果將之視為類似應力和應變的關係，就可以和實際機械的效應一並寫於方程式，於是廣義的應力、應變關係如式(3.67)

$$\{\kappa_G\}=[C]\{\varepsilon_G\} \tag{3.67}$$

其中$\{k_G\}=\{T\ \ D\}^T$為廣義應力向量，$\{e_G\}=\{S-E\}^T$為廣義應變向量，這邊的廣義彈性係數矩陣$[C]$可寫為：

$$[C]=\begin{bmatrix} c^E & 0 \\ 0 & -\varepsilon^S \end{bmatrix} \tag{3.68}$$

由於$[C]$為對角化矩陣的形式，所以$\{e_G\}$的定義中，應變與移位的關係為式(3.69)

$$\{\varepsilon_G\}=[B_G]\{u_G\} \tag{3.69}$$

其中$\{u_G\}$為廣義的位移向量，包含三個方向及電位如式(3.70)

$$\{u_G\}=\left\langle \{u\}^T \quad f \right\rangle^T = \langle u \quad v \quad w \quad f \rangle^T \tag{3.70}$$

廣義的微分矩陣$\{B_G\}$則為

$$[B_G]=\begin{bmatrix} B_u & 0 \\ 0 & B_f \end{bmatrix} \tag{3.71}$$

以上列出壓電材料之有限元素分析所需要的變數及廣義座標。

在有限元素分析的連續結構模型中，任意位置中的廣義位移向量$\{u_G\}$可透過形狀函式(displacement shape function)與有限個節點位移$\{d\}$的組合表示為

$$\{u_G\}=[N]\{\delta\} \tag{3.72}$$

用於壓電元件分析中，電的效應必須被考慮，因此每個節點需多加一個自由度f，$\{d\}$表示為

$$\{\delta_i\}=\left\langle \{u_i\}^T \quad f_i \right\rangle^T = \langle u_i \quad v_i \quad w_i \quad f_i \rangle^T \tag{3.73}$$

最後，壓電的動態方程式為

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{f} \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uf} \\ K_{uf}^T & K_{ff} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u \\ f \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix} \tag{3.74}$$

$[K_{uu}]$為機械勁度矩陣，$[K_{uf}]$為壓電勁度矩陣，$[K_{ff}]$為介電勁度矩陣，是分別從$[C^E]$、$[e]$和$[e^S]$推導出的勁度矩陣，$[M_{uu}]$為對應機械位移的質量矩陣，$[F]$為機械外力矩陣，$[Q]$為電荷矩陣。有限元素分析軟體即透過壓電材料的動態方程式，對壓電元件的行為做求解。

在有限元素法的模態分析在對壓電元件做分析時，增加了對結構的電氣邊界條

件，電氣的邊界條件即為我們在壓電元件施加電場的方法，通常驅動壓電元件是加電壓差在壓電陶瓷上所塗的兩面導電層，為了方便計算上我們假設其中一面接地電位能$\{f_B\}$為零，另一面非接地之電極的電位是$\{f_T\}$，則兩個電極面的電位能向量可分別表示為以下二式

$$\{f_B\}=0, \qquad \{f_T\}=\{I_p\}f \tag{3.75, 3.76}$$

其中$\{I_p\}$為非接地面上的元素節點位置之單位向量。非接地電極上的總電荷 Q_T 會與接地面的電荷量 Q_B 差一負號

$$Q_B=-Q_T, \qquad Q_T=\{I_p\}^T\{Q_p\} \tag{3.77, 3.78}$$

其中$\{Q_p\}$為非接地面之節點電荷。將式(3.73)細分出電氣部份並把接地面的電位能自由度省略，可以寫成式(3.79

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{f}_i \\ \ddot{f}_p \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uf_i} & K_{uf_p} \\ K_u^T & K_{f_if_i} & K_{f_if_p} \\ K_u^T & K_{f_if_p} & K_{f_pf_p} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u \\ f_i \\ f_p \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} F \\ 0 \\ Q_p \end{Bmatrix} \tag{3.79}$$

其中下標 i 為壓電材料沒有電極的電位自由度，$\{f_i\}$為對應之電位能向量，下標 p 為非接地電極之節點電位能自由度，$\{f_p\}$為其對應的電位能向量。

在驅動一個壓電元件時，通常是施加電壓使其產生機械振動，在此以無應力狀態為例來了解壓電元件機械振動的形式，考慮在電氣的邊界條件方面，施加在電極間的電壓決定了壓電元件的振動模態，而給定的已知電壓差於元件的兩面電極則產生可能為常數或零的電位差，以上假設的邊界條件可領機械外力$\{F\}$為零，式(3.79)可整理為式(3.80)

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{f}_i \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uf_i} \\ K_{uf_i} & K_{f_if_i} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u \\ f_i \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} -K_{uf_p}f_p \\ -K_{f_if_p}f_p \end{Bmatrix} \tag{3.80}$$

壓電元件在無應力狀態的自由振動之特徵值問題(eigenvalue problem)即為式(3.81)

$$\begin{bmatrix} M_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{f}_i \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uf_i} \\ K_{uf_i} & K_{f_if_i} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u \\ f_i \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.81}$$

以廣義形式表示

$$[M]\frac{\partial^2\{d\}}{\partial t^2}+[K]\{d\}=0 \tag{3.82}$$

假設為諧和振動

$$\{\delta(t)\}=\{\psi\}e^{iwt}, \qquad \begin{Bmatrix} u \\ f_i \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} y_u \\ y_{f_i} \end{Bmatrix}e^{iwt} \tag{3.83, 3.84}$$

其中$\{y\}$為與時間無關之N階振幅向量(amplitude vector)，式(3.84)將振幅向量分成機機械與電氣兩部分，w為振動頻率。將式(3.83)代入(3.85)可得

$$[K]\{y\}=w^2[M]\{y\} \tag{3.85}$$

由上式可解出n對特徵值與特徵向量

$$\left(w_1^2,\{y\}_1\right),\left(w_2^2,\{y\}_2\right),\ldots\left(w_N^2,\{y\}_N\right) \tag{3.86}$$

w_1、w_2即為第一共振頻與第二共振頻，以此類推，以上為模態分析。

由於電氣方面的邊界條件決定了特徵值問題求得的振動模態，討論兩種電氣邊界條件如下，假設壓電元件電極間沒有電壓差，對應式(3.79)中令$\{f_p\}$為零，如同電極短路(short circuit)，作特徵值分析可得到壓電元件之共振頻(resonance)。若將元件一表面接地另一表面不加拘束，對應式(3.79)中令$\{Q_p\}$為零，如同電極開路(open circuit)，作特徵值分析可得到壓電元件之反諧振點(anti-resonance)，在 ANSYS 的說明檔中也提及此兩種邊界條件所得頻率都可視為壓電元件的自然共振頻(natural frequency)。由壓電材料的等效電路模型也可以有相同的物理義意，如圖 2.9 所示為一般壓電材料等效電路，但在不考慮內部的損耗下無等效電阻，如圖 3.4，但這不影響串聯諧振點的發生及並聯諧振點的發生頻率，由式(2.22, 2.23)知當驅動頻率為f_s時，L1、C1 會發生串聯諧振，此時跨壓為零如同短路，而當驅動頻率為f_p時，L1、C1 和 C0 會發生並聯諧振，電流將無法通過則如同開路。

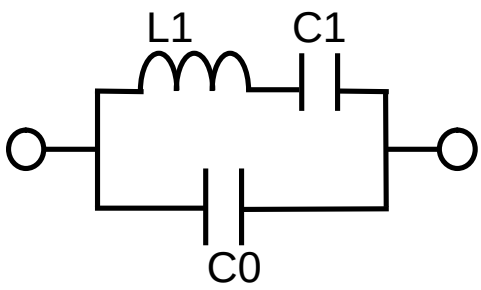


圖 3.4 有限元素法之壓電等效電路

頻域分析可以模擬壓電元件與頻率之間的各種響應，以下寫出廣義結構系統之動態方程式

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{F\} \tag{3.87}$$

結構中每一點的位置除了根據頻率和時間做簡諧運動外，還需包含阻尼產生的相角差異，完整的表示式如下

$$\{u\}=\{u_{\max}e^{i\theta}\}e^{iwt} \tag{3.88}$$

其中 $u_{\max}$ 為最大位移，q為位移相角差，$u_{\max}$ 與 q 在每一個自由度上會不一樣，因此轉變為複數型式表示較為簡潔，也適用於求解，如式(3.89)或(3.90)

$$\{u\}=\{u_{\max}(\cos\theta+i\sin\theta)\}e^{iwt} \tag{3.89}$$

$$\{u\}=(\{u_1\}+i\{u_2\})e^{iwt} \tag{3.90}$$

其中$\{u_1\} = u_{\max}\cos q$為實部位移向量，$\{u_2\} = u_{\max}\sin q$為虛部位移向量，同理外力向量$\{F\}$的表示式也例於式(3.91-3.93)

$$\{F\}=\{F_{\max}e^{i\bar{\theta}}\}e^{iwt} \tag{3.91}$$

$$\{F\}=\{F_{\max}(\cos\bar{\theta}+i\sin\bar{\theta})\}e^{iwt} \tag{3.91}$$

$$\{F\}=(\{F_1\}+i\{F_2\})e^{iwt} \tag{3.93}$$

將式(3.90, 3.93)代入式(3.87)可得

$$([K]-\omega^2[M]+i\omega[C])(\{u_1\}+i\{u_2\})=\{F_1\}+i\{F_2\} \tag{3.91}$$

在 ANSYS 中的完整求解法是直接對式(3.91)求解得到複數型態之矩陣與位移。

頻域分析也運用於流體與結構之耦合計算問題，一般波傳方程式如下

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}P\text{-}\nabla^2 P = 0\,, \qquad c = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}} \tag{3.92, 3.93}$$

式中 c 為流體中之音速，r_0 為平均流體密度，K 為流體體積模數，P 為壓力方程式。如果假設傳遞過程沒有黏滯損失，理想傳遞情形表示成矩陣形式可得廣義結構系統之動態波傳方程式

$$\left[M_e^p\right]\left\{\ddot{P}_e\right\} + \left[K_e^p\right]\left\{P_e\right\} + \rho_0\left[R_e\right]^T\left\{\ddot{u}_e\right\} = 0 \tag{3.94}$$

其中 r_0R_e 為耦合質量矩陣(coupling mass matrix)，代表與結構交界處的流體受到結構施加的位移所對應的耦合質量。在流體中加入非流體結構，即與流體產生耦合效應，有限元素法之結構動態方程式加上流體作用之外力可表示為

$$\left[M_e\right]\left\{\ddot{u}_e\right\} + \left[C_e\right]\left\{\dot{u}_e\right\} + \left[K_e\right]\left\{u_e\right\} = \left\{F_e\right\} + \left\{F_e^{pr}\right\} \tag{3.95}$$

其中 M_e 為結構總體質量矩陣。C_e 為結構總體阻尼矩陣，K_e 為結構總體勁度矩陣，F_e 為所施加的外力向量，F^{pr} 是介面上流體施加的壓力向量，可以表示成

$$\left\{F_e^{pr}\right\} = \left[R_e\right]\left\{P_e\right\} \tag{3.96}$$

綜合式(3.94, 3.95)流體與結構耦合之有限元素方程式如下

$$\begin{bmatrix} M_e & 0 \\ M^{fs} & M_e^p \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{u}_e \\ \ddot{P}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_e & 0 \\ 0 & C_e^p \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \dot{u}_e \\ \dot{P}_e \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_e & K^{fs} \\ 0 & K_e^p \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_e \\ P_e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_e \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.97}$$

其中 $[M^{fs}] = r_0[R_e]T$，$[K^{fs}] = -[R_e]$，有了完整的動態方程式再由頻域分析的求解方式，即可模擬出結構與流體的耦合效應。[23]

3-3 超音波感測器性能與測量分析

市售超音波感測器為了表示其性能，提供了數種量測數據，每一項量測方式都有

其量測環境條件及測試方法，在數據方面也有不同的表示方法，由於本文中的實作超音波感測器元件也是比照同樣的量測方式，因此詳細介紹量測方式、數據表示法及所用儀器。

為了確認超音波感測器的特性正確，包含六項製作元件後所必需作的量測：

(1)諧振頻率

以阻抗分析儀即可對阻抗及頻率做分析，以 x 軸為頻率、y 軸為阻抗或導納作圖，導納的峰值為諧振點，阻抗的峰值為反諧振點。當頻率範圍過大時會出現數個諧振點，此時必須根據振動模態在合理的頻率範圍找出最明顯的諧振點和反諧振點的區域，放大並搜尋導納的峰值即為諧振頻率，通常在同樣的振動模態下，第一個諧振點會是最明顯的。本研究中所使用的阻抗分析儀型號為 Wayne Kerr 6515B，並選購等效電路功能，如圖 3.5。

圖 3.5 Wayne Kerr 6515B 阻抗分析儀

(2)聲壓強度

聲波在空氣中傳播時，聲音的強度會隨著距離而減弱，就以聲波來說其頻率越高衰減的速度越快，但無論聲波的特性為何，在固定距離測定聲壓值可以代表感測器的發波能力。量測的方法是將感測器與麥克風在無響室內距離 30cm，如圖 3.6，並以特定範圍的頻率電壓做驅動，此時我們會在諧振點測得最大聲壓值。驅動電壓的產生需以訊號產生器輸出所需頻率的正弦波訊，再以功率放大器推動感測器以避免負載效應，通常在 $10V_{rms}$ ~ $20V_{rms}$ 的推動電壓下必需產

生大於 100*dB* 的聲壓值，音壓強度(sound pressure level, *SPL*)的定義如式(3.98)

$$\mathrm{SPL} = 20\log\left(\frac{P_{rms}}{\left|P_{ref}\right|}\right) \tag{3.98}$$

P_{ref} 為參考音壓值(reference pressure)，在此使用 0.0002*mbar* 或等於 20*mPa*。本本研究中此項量測所使用的訊號產生器為 HP 33120 Function Generator，所使用麥克風為 B&K4135 1/4”Microphone，包括 B&K 2633 Preamplifier、B&K 2610 Measuring Amplifier，並用 HP 34401A Digital Multimeter 讀取電壓值。

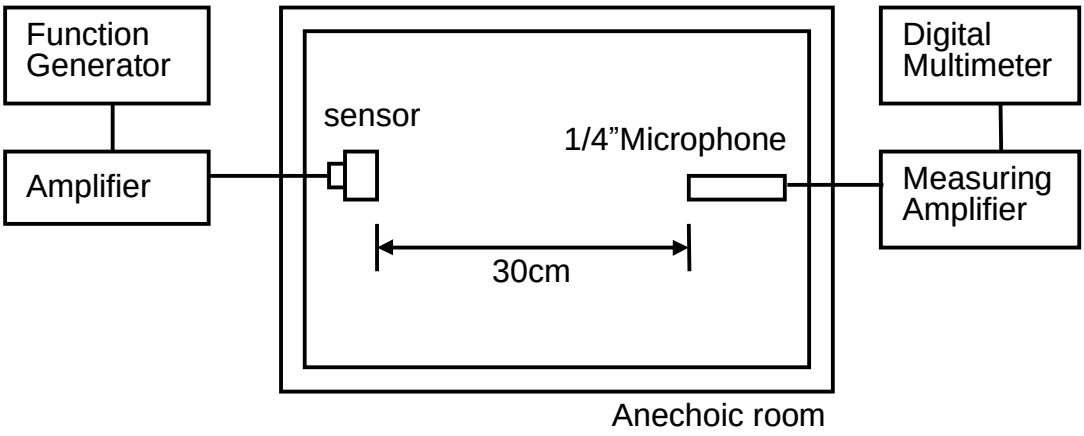


圖 3.6 音壓測試之示意圖

(3)靈敏度

感測器在受到工作頻率附近的音壓接近時，振動板會和聲場產生共振，壓電片會對振動產生等比例的電壓，所以在固定的聲場下測定感測器的輸出電壓可以代表感測器對音場的感測能力。量測的方法是將感測器與麥克風在無響室內放置在一起，並在距離 30*cm* 的前方發出一個聲源，麥克風的用途在於確定感測器所在的聲場為 94*dB*，再對感測器所產生的電壓加以量測，此時我們會在反諧振點測得最大靈敏度，通常在這樣的聲場下產生的電壓值必需大於-80*dB*，靈敏度(Sensitivity)的定義如式(3.99)

$$\text{Sensitivity} = 20\log\left(\frac{V_{rms}}{|V_{ref}|}\right) \tag{3.99}$$

V_{ref}為參考電壓值(reference pressure)，由於 94*dB* 的音壓等於 10*mbar*，在靈敏度中一般以每*mbar* 產生 1V_{rms}為基準，即 0dB = 1*V/mbar*，因此這裡 V_{ref}使用 10*V*。本研究中此項量測時所使用的設備同聲壓量測，使用上僅對功能與位置的不同稍作調整，示意圖如圖 3.7。

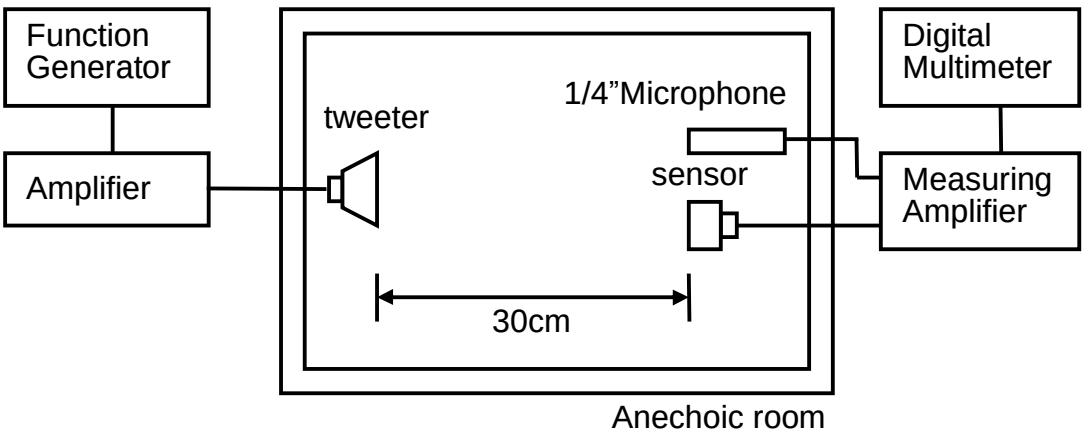


圖 3.7 靈敏度測試之示意圖

(4)反射靈敏度

綜合發聲能力與感測能力都達到一定的要求後，反射靈敏度才會有好的結果，就以感測元件同時當作發射器與接收器的功能時，反射靈敏度的量測也代表更貼近真實使用上的需求，因此依據感測器後方驅動電路對微小電壓的偵測極限內，我們必需訂定出在適當的距離下必須達到的反射靈敏度，測量方法為在無響室內感測器面對一片鋁製平板，鋁板大小為長、寬 20*cm*，厚 1*cm*，在 60$V_{p\text{-}p}$的驅動電下，在經過發射及接收的過程後，感測器需回饋大於 1m$V_{p\text{-}p}$的電壓，詳細的驅動條件還包括驅動時間的波寬為 0.25*msec.*，間隔時間為 10*msec.*，由於需同時監看驅動訊號與反射訊號，量測中以 TDS5032B 數

位示波器取代電壓表，示意圖如圖 3.8。

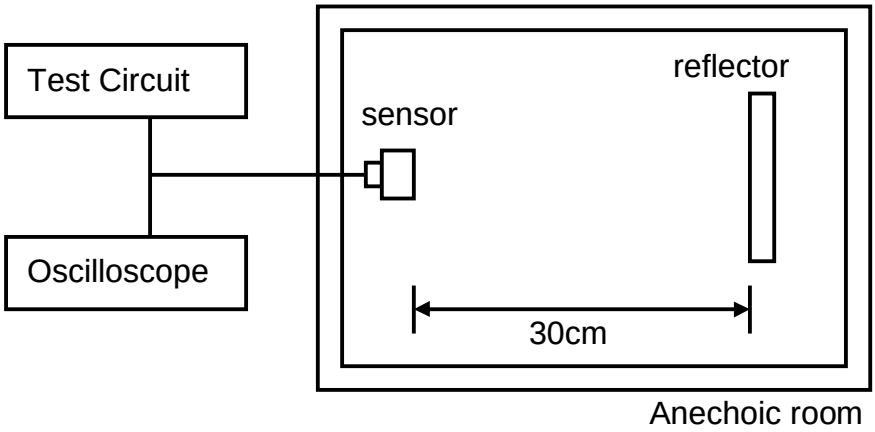


圖 3.8 反射靈敏度測試之示意圖

(5)殘響時間

感測器在同時負責發波與接收的時候，殘響時間的長短便直接限制感測器的反應時間，由於停止發波訊號後基於慣性作用感測器不會馬上停止振動，因此壓電片上仍然會持續保持相同頻率的電壓訊號，直到感測器上的阻尼效果使得殘存能量漸漸消耗，才能避免反射訊號被覆蓋掉，通常會設定發波後保留一段時間再開始偵測訊號，若此時若尚未回到足夠的靜止將會造成系統的誤判的訊號，一般以 30*cm* 距離來討論，兩倍距離除以聲速可以得到小於 1.5*msec.*是安全的範圍。量測方法為將感測器置於無響室以 60$V_{p\text{-}p}$ 為驅動電壓，從停止驅動到感測器回饋電壓小於 10$mV_{p\text{-}p}$ 後的時間稱為殘響時間，本測量一樣以 TDS5032B 數位示波器作波形觀察，示意圖如圖 3.9。

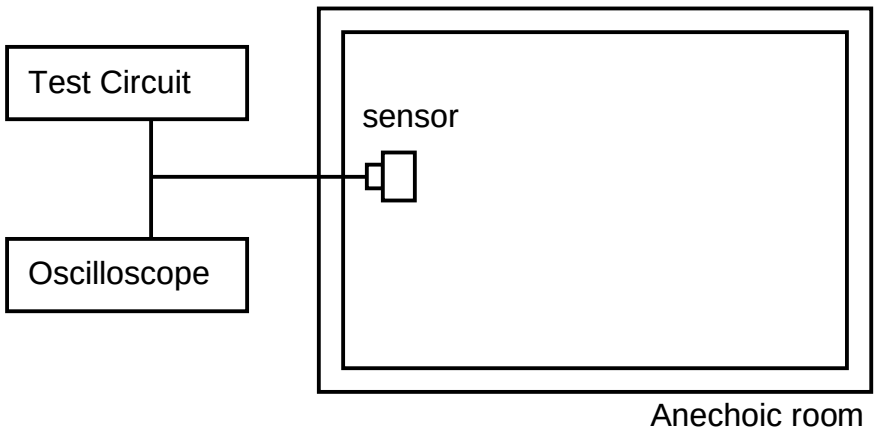


圖 3.9 殘響時間測試之示意圖

(6)指向性

感測器在發射音波後，由於其振動源的結構或幾何形狀或者介質中傳遞聲波的特性，會使得發射的聲場能量即使在相同的距離下也會有不同的能量密度，在同樣的距離把每個角度和能量的大小作圖，就可以知道其能量分佈，在往前傳遞的聲波中通常能量會隨著角度的偏離而減小且具有對稱，此時以零度的能量為基準找出功率只剩的一半的角度，兩邊的夾角即為半功率的指向性。指向性的大小視用途而定，如果以倒車電達的感測元件來說水平方向期望可以較大，以偵測較廣範圍，但在垂直方向則要求小於一定的角度才能避免來自地面反射之超音波，因為不對稱指向性的要求決定感測器是否適用，所以垂直與水平的半功率指向性角度的量測也相當重要。量測的方法同聲壓強度的條件，但感測器需改放在可旋轉的夾具，並記錄感測器每一個角度所得到的聲壓值，或者也可以將麥克風做旋轉的動作而感測器靜止，本實驗以前者方式進行，示意圖如3.10。

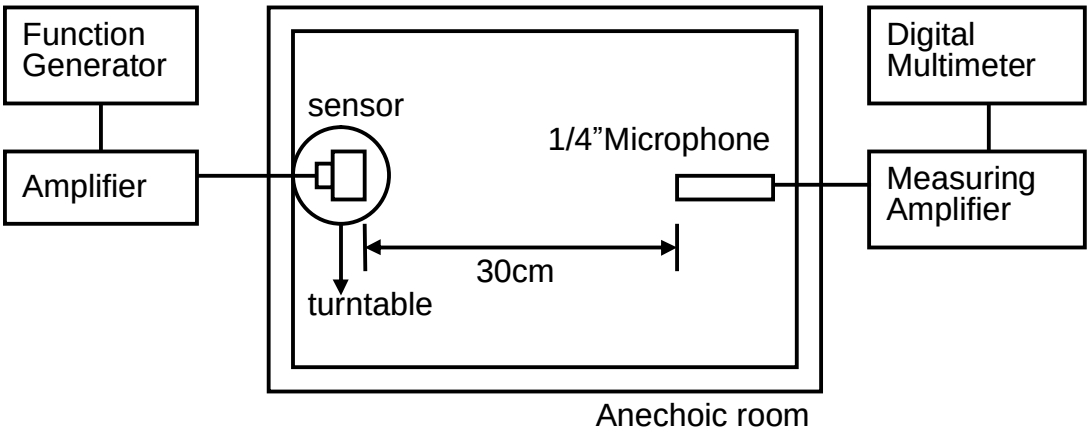


圖 3.10 半功率指向性測試之示意圖

3-4 超音波感測器構造與設計

倒車雷達中所使用的超音波感測器的簡易構造由圖 3.11 所示，由外而內為感測器的金屬外殼、壓電片及填充空間，金屬外殼材質使用鋁材，一邊封閉作為感測器振動板的發波面，外殼以所需直徑尺寸的圓柱挖出中空構造即可，再將壓電片用導電膠黏於金屬外殼底部，因此外殼與壓電片之一側電極導通，在這裡視為壓電片之下電極並當作接地端，與壓電片之上電極兩者分別以導線引出，用來通以工作頻率之驅動電壓，最後再將剩餘內部空間以吸音材質填充，並以矽樹脂做為阻絕外界之封裝，在鋁

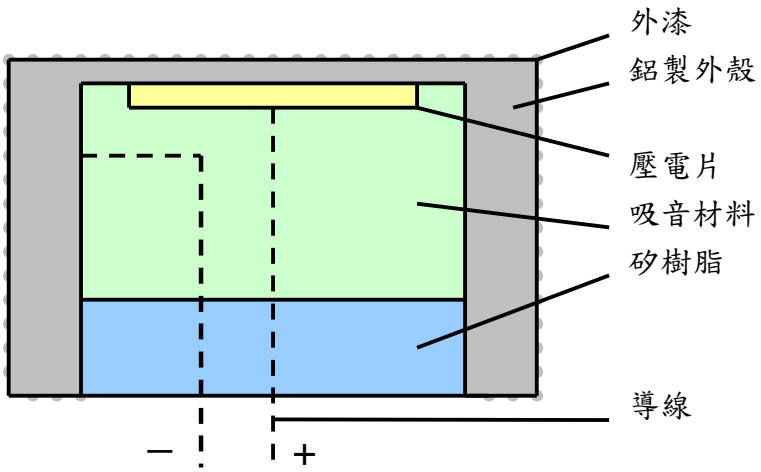


圖 3.11 超音波感測器構造

製外殼部份也使用上漆等加工處理，因此封閉式超音波感測器具有一般防水及防塵的能力所以可以使用在車用感測器的系統。

倒車電達所使用的超音波感測器功能是用來量測距離，當使用於測距時工原理如下所述，驅動電路發出適合的工作頻率電壓使壓電片以逆壓電效應的方式產生徑向之變形，帶動感測器的振動面以發射超音波，當超音波因障礙物反射後，反射回來的音場將使得振動板發生形變，透過壓電片的正壓電效應產生電壓訊號供電路偵測，一般障礙物必須在 30 公分以上，這和元件的殘響時間有關，大於 30 公分以上的障礙物即可由發射波和接受波的時間差來推算距離。根據目前右商品化的產品設計，感測器的元件尺寸如圖 3.12 所示，元件中壓電片的最大耐電壓為 $140V_{p\text{-}p}$，驅動電路設計方面，

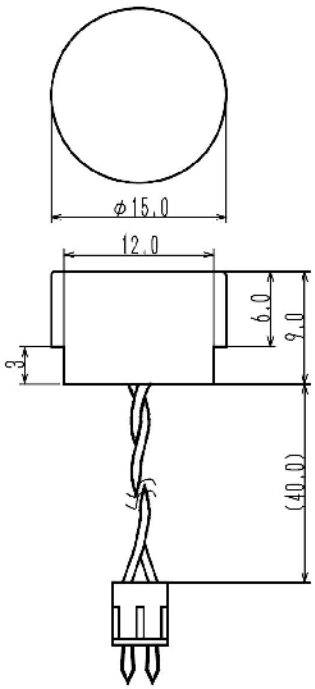


圖 3.12 感測器元件尺寸

感測器每秒偵測五次，也就是間隔時間為 200*msec.*，發射超音波的時間為 0.5*msec.*，最佳的偵測距離在 0.9*m* 以內，以下再討論出六項製作元件時所必需達到的目標及設計作法：

(1)工作頻率

工作頻率的決定要根據元件的阻抗與頻率響應決定，當阻抗最低時驅動頻率為 f_s，此時輸入功率達到最大，產生的振動位移量最大，即短路的自然共振頻，所以在同樣的驅動電壓下可以產生最大聲壓。為了達到元件的最佳感測能力，接收的聲場則以感測器的最大阻抗頻率 f_p 為聲源最好，因為接收時電路以開路量測其產生電壓，因此在開路的自然共振頻率的收波效果最好。但以單顆完成發射與接收功能的感測器來說，工作頻率必須在兩種考慮下作取捨，故在 f_s 和 f_p 之間作為驅動電壓的頻率，或以相位反轉之頻率點為主。目前常見的感測元件以指向性來分類工作頻率，普用型為 40*kHz*，窄指向型為 70*kHz* 或更高。結構中決定 f_s 的頻率主要為振動金屬板的尺寸及邊界條件，由模擬和實驗都可以得到改變金屬板的厚度具有調整頻率的功能，其關係為振動板愈厚共振頻愈高，且具有良好的線性關係及大的調整範圍，因此元件的實作中皆以較厚的振動板製作，在完成所有製程步驟後再以晶相研磨機對元件振動板的厚度加工以得到 40*kHz* 的工作頻率元件。

(2)聲壓強度、靈敏度、反射靈敏度

由於感測器在完成發射與接收的動作並得到反射波的訊號需要此三項同時配合，於是在這裡合併討論，其中以反射靈敏度為最終結果，而聲壓強度和反射靈敏度理論上互相搭配也可以得到相同的反射靈敏度，舉例來說假設量測以 30*cm* 為距離的反射靈敏度等於 1*mV*，這可以推測當靈敏度為-80*dB* 時，要滿足使感測器產生 1*mV* 的輸出電壓，所受到的聲場必於等於 94*dB*，如果假設反射板沒有吸收完全反彈，則如同超音皮傳播兩倍距離一樣，所以推測感測器的發聲能力必須在超音波傳播 60 公分後仍然有 94*dB* 的聲壓值，同理亦可反向推測。聲壓強度和振動板的位移量相關[24]，可以從夾持的方式及振動板的結構做改善，但由於這兩項條件也牽扯指向性的特性，因此仍然以指向性優先考慮，所以為了得到好聲壓值以壓電片的選用材料為主，使用 *d* 參數較高的陶瓷

粉可以使振動板達到較高的位移量，或者以較薄的壓電片作為振動源也可以在相同電壓下得到較高的位移量，但耐壓相對減小。靈敏度和結構也有一定的關係，但我們可以選用 g 參數較高的陶瓷粉或較薄的壓電片以達到較高的感測能力。反射靈敏度則以工作頻率驅動在反諧振點為佳，因為此時靈敏度會達到最高，電路也不會因為諧振而不穩定，但需考慮聲壓值是否偏低。

(3)殘響時間

將發射型和接收型感測器同時以一個感測器完成有成本上的優勢，但必須克服的第一個難點就是殘響時間，尤其在倒車雷達系統裡如果有較短的最短感測距離也意味系統的性能相對優異，雖然較短的殘響時間也可能使得整體感測距離範圍的縮小，但在改善的方法相對來說殘響時間是不易縮短的，一般是在感測器加入阻尼材質如在填膠之前加入海綿等蓬鬆材料。本論文實作中也以同樣方式進行，但在填膠步驟中使用加熱法，加熱法可以達到背膠的迅速凝固，但通常會造成冒泡現象而不能使用，這是因為感測器內的蓬鬆物體裡的空氣必定因加熱而膨脹，因此在必須先加熱整體感測器使內外氣壓達到平衡再進行填膠動作，這麼做主要還為了一個效果，就是當感測器內部空氣回到常溫時可以形成內外壓力差，而產生一股向內擠壓的力量，比起傳統填膠法可以有較高的阻尼效果，進而縮短殘響時間。

(4)指向性

挑選感測器的依據除了工作頻率、偵測距離，另一項關鍵的特性即是指向性，所以了解超音波的指向特性是製作多樣性感測器的必要步驟。超音波轉換器在遠場(far field)狀況時的指向性如圖 3.13，所謂遠場是指其距離>$D^2/2l$ 的情況，其中 D 表示轉換器發射面的直徑，l 為波長，當 $l<D$ 時總發射角寬可以表示為式(3.100)

$$\sin\frac{a}{2}=\frac{l}{\mathrm{D}} \tag{3.100}$$

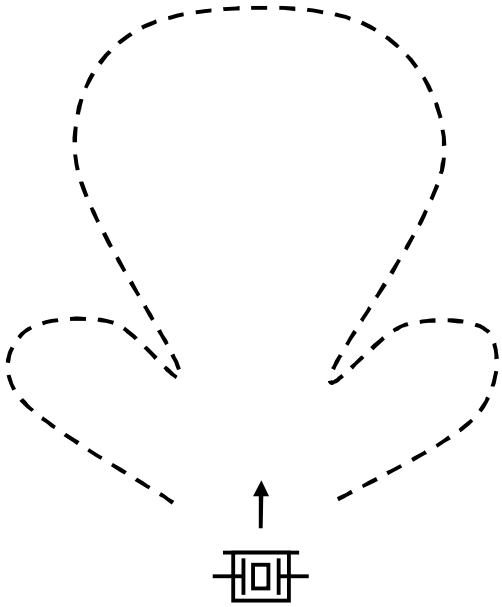


圖 3.13 遠場情況下之超音波轉換器指向性曲線

由上式可知若 $l<<D$，將可以得到一窄指向性角度，若 $l>>D$ 則可以得到一近似球面的指向性[9]。由此可以知道轉換器的發射面直徑和波長決定指向性的條件，但波長方面在工作頻率、溫度及傳播介質決定之時波長已經固定，因此必須在發射面直徑方面做調整，為了達到水平與垂直指向性的不對稱，我們在感測器的振動板水平尺寸儘量縮小，其受限於壓電片的直徑大小，在振動板垂直尺寸儘量加大，但受限於元件直徑尺寸，運用如此做法即在圓形的金屬外殼上加工出一個矩形凹槽，如圖 3.14，以期達到在水平及垂直方向產生不同的等效直徑發射面。

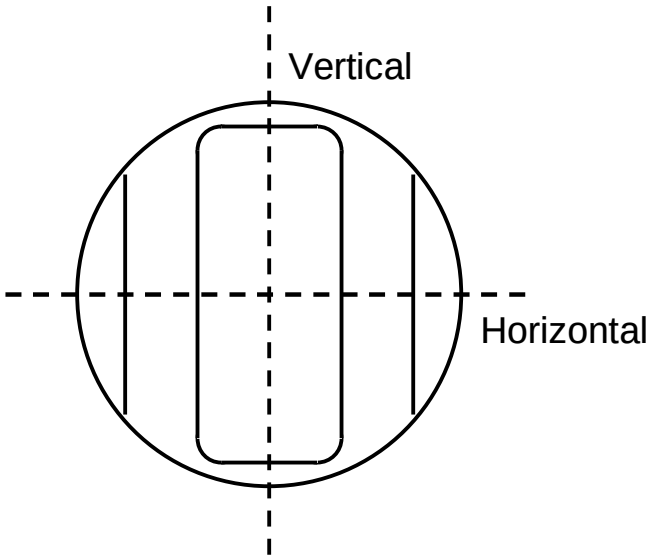


圖 3.14 非對稱超音波感測器之外殼設計

第四章 超音波感測器模擬與實作

4-1 非對稱圓形壓電複合薄板建構與模擬

本節依據 3-1 節所提到之理論基礎對壓電片、接合膠及金屬基板厚度做數值運算，以找出三種材料參數及尺寸對頻率的影響，做為元件尺寸設計的預測及修改方向，減少試誤的次數。結構示意圖如圖 3.1，金屬基板使用鋁材，壓電材料為 PZT-5A，半徑皆為 6.5*mm*，表 4.1 為材料運算時使用的材料參數及尺寸。

表 4.1 材料參數

材料	厚度 $h(mm)$	$r(kg/m^3)$	$Y(GN/m^2)$	s	$e_{31}(cl/m^2)$
壓電陶瓷	0.2	7750	106.2	0.35	-5.4
膠	0.05	2000	10	0.3	0
金屬基板	0.5	2690	70.3	0.345	0

將材料參數代入運算可以得到第一個共振頻為 40.583*kHz*，在此將驅動電壓設為 100*V* 並對變形量和質點位置繪圖，可以得到如圖 4.1 撓曲形變

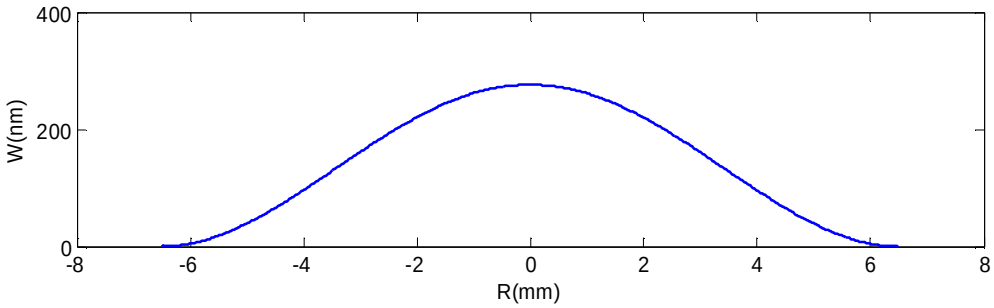


圖 4.1 撓曲形變圖

求解時假設邊界條件為夾鉗，在質點位置於 $r = R$ 位移為零在圖 4.1 也可以觀察到，再對圖 4.1 的曲線對 r 做微分得到圖 4.2，一樣可以觀察到在微分一次後 $r = R$ 的質點位置，其值仍然為零。

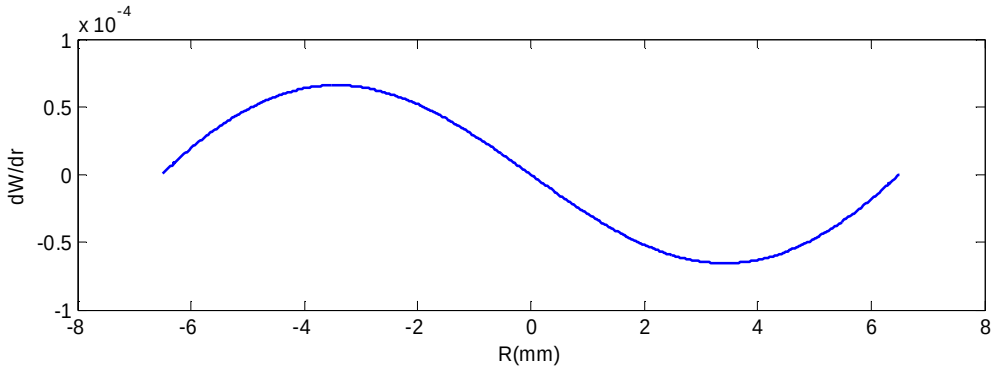


圖 4.2 撓曲形變一次微分圖

在另一邊界條件為力矩 M_r 與 M_q 在中心點時為零，圖 4.3 同時繪出 M_r 與 M_q 兩條曲線的分佈，可以看到在 $r = 0$ 時，力矩為零。

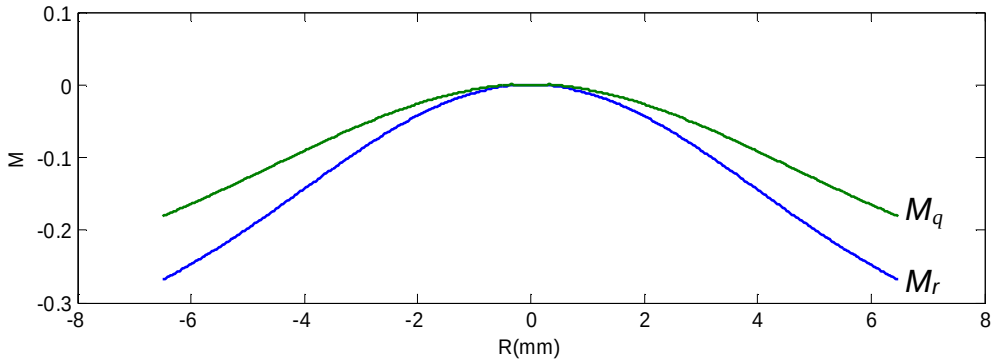


圖 4.3 力矩分佈圖

接下來利用此公式進行尺寸上的變化來預測頻率和尺寸的關係，為了方便比較各參數的影響力，在此統一以正負百分之十為變化率來調整參數，討論下列數項。

(1)半徑 R(6.5mm, 5.85mm ~ 7.15mm)

表 4.2 半徑 R 對頻率變化

半徑 R(mm)	5.85	6.175	6.5	6.825	7.15
頻率 f(kHz)	50.103	44.968	40.583	36.81	33.54

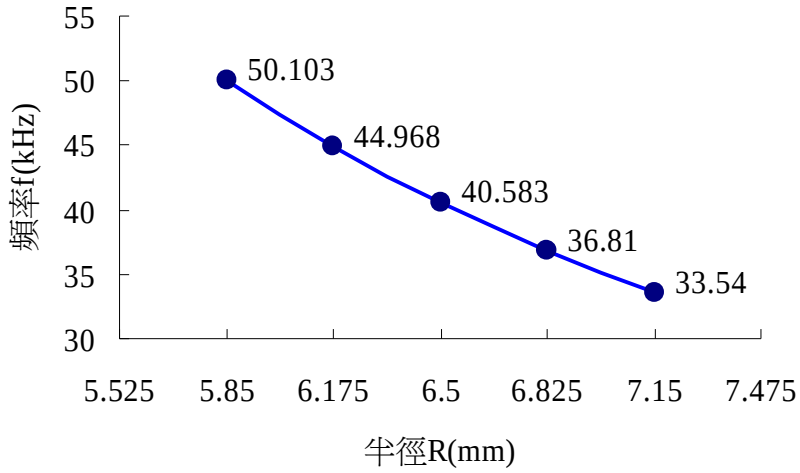


圖 4.4 半徑 R 對頻率變化

(2)壓電片厚度 h_p(0.2mm, 0.18mm ~ 0.22mm)

表 4.3 壓電片厚度 h_p 對頻率變化

厚度 h_p(mm)	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22
頻率 f(kHz)	39.839	40.214	40.583	40.949	41.31

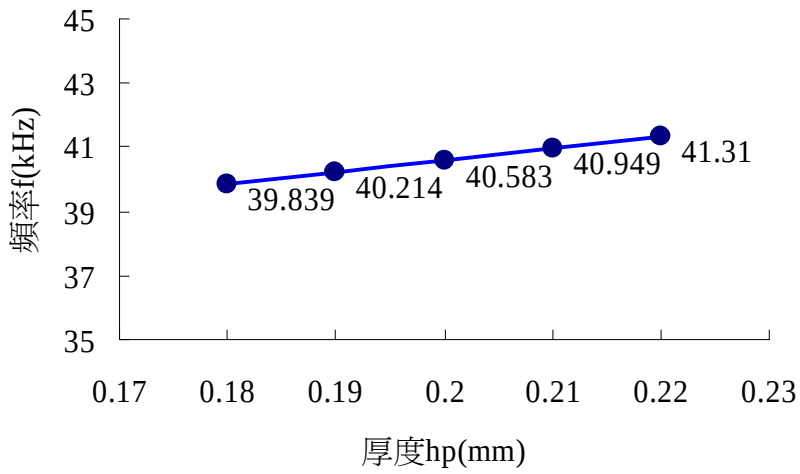


圖 4.5 壓電片厚度 h_p 對頻率變化

(3)接合膠厚度 h_c(0.05*mm*, 0.045*mm* ~ 0.055*mm*)

表 4.4 接合膠厚度 h_c 對頻率變化

厚度 h_c(*mm*)	0.045	0.0475	0.05	0.0525	0.055
頻率 *f*(*kHz*)	40.279	40.431	40.583	40.736	40.889

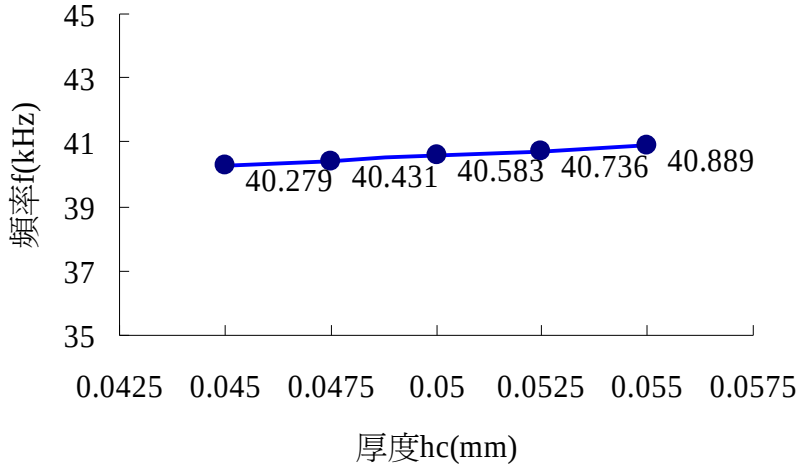


圖 4.6 接合膠厚度 h_c 對頻率變化

(4)鋁基板厚度 h_s(0.5*mm*, 0.45*mm* ~ 0.55*mm*)

表 4.5 鋁基板厚度 h_s 對頻率變化

厚度 h_s(*mm*)	0.45	0.475	0.5	0.525	0.55
頻率 *f*(*kHz*)	37.563	39.074	40.583	42.092	43.601

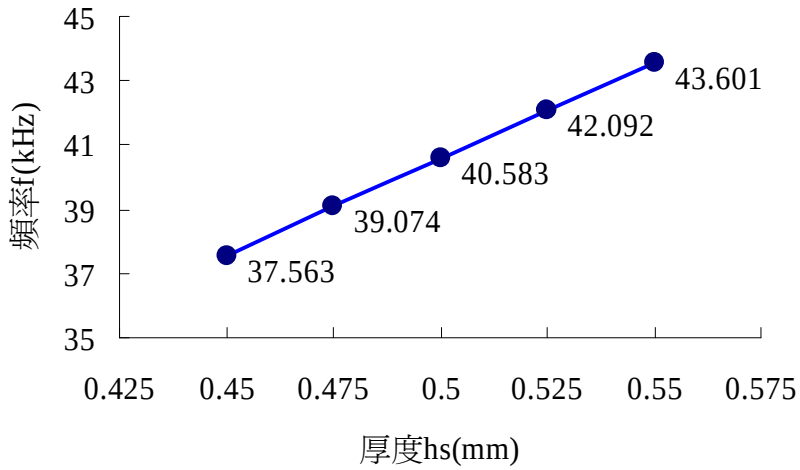


圖 4.7 鋁基板厚度 h_s 對頻率變化

綜合以上的模擬結果，可以發現振動體的整體尺寸是決定共振頻的主要因素，以圓形的振動體來說，第一諧振頻率即是以直徑當作波長來振動，這樣的概念也是適用在大部份的情況。(2)~(4)的頻率刻度是一致的，所以可以看出壓電片、接合膠及鋁基板對共振頻的影響以鋁基板最為明顯，且在正負百分之十的調整中頻率改變範圍在 6*kHz* 左右。另外此本公式也可以計算出位移量來比較輸出的聲壓值，以相同的驅動電壓而言，加厚結構中任何一層材料都造成位移減少，反之則增加，加大或縮小半徑 *R* 也對應得到位移增加和減少，與直觀想法相同所以不再詳述，不過比較圖 4.4 和圖 4.7 可以發兩者和頻率的關係是顯著且斜率相反，因此設計鋁基板厚度為主軸變動正負百分之十，並以調整半徑 *R* 到相同的共振頻率觀察位移量是否增加，結果如表 4.6，結論可以發現，較薄的鋁基板搭配較小的半徑可以有較高的位移量。

表 4.6 相同頻率之位移量

頻率 $f(kHz)$	40.583				
厚度 $h_s(mm)$	0.45	0.475	0.5	0.525	0.55
半徑 $R(mm)$	6.2535	6.378	6.5	6.6198	6.7373
最大位移(nm)	281.57	279.13	276.53	273.8	270.96

4-2 有限元素模型建構與模擬

FEM 發展至此已有許多商業他套裝軟體，如 ABAQUS、ANSYS 等。ANSYS 自 1971 年 2.0 版發展至今已經 11.0 版，本論文中採用 11.0 版作為感測器的模擬。模擬中所使用到的材料有鋁材、接合膠、壓電材料及空氣，分別以 ANSYS 內建之元素 SOLID95、SOLID226 及 FLUID30 建立所需之模型。以下再對 4-1 節所做之運算以 ANSYS 軟體進行分析，但此時結構中的三層材料已經可以不必有相同的半徑，所以模擬結構更改成圖 4.8 所示，可以更接近元件振動面的真實情況，壓電片半徑和接合

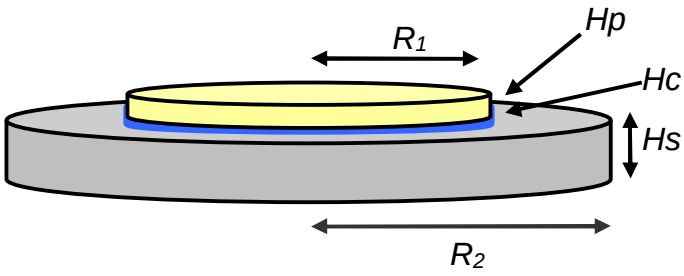


圖 4.8 有限元素模擬結構

膠的半徑 R_1 已經和鋁材振動板半徑 R_2 不同，並分別以 H_p、H_c 及 H_s 分別表示壓電片、接合膠及鋁材三層材料厚度，表 4.7 列出模擬尺寸及所得頻率，圖 4.9 則為 ANSYS 之網格圖。

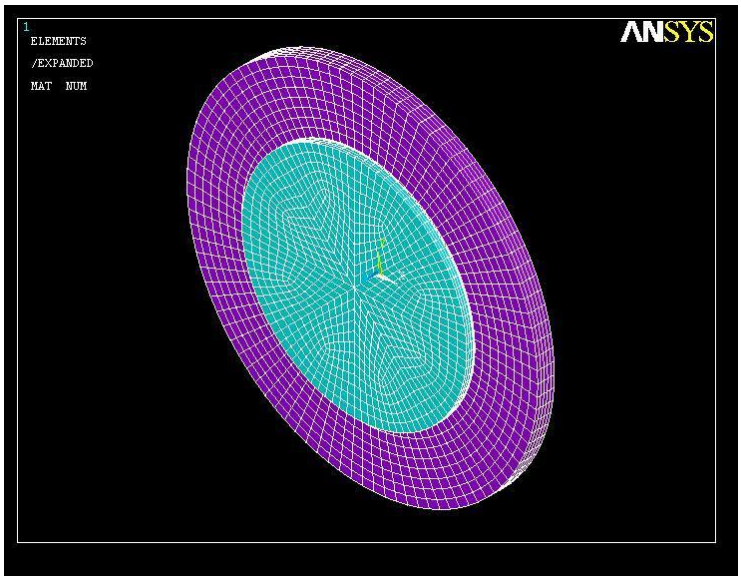


圖 4.9 ANSYS 之網格圖

表 4.7 模擬尺寸及所得頻率

$R_1(mm)$	$R_2(mm)$	$H_p(mm)$	$H_c(mm)$	$H_s(mm)$	$f(kHz)$
3.4	5.3	0.2	0.05	0.5	40.497

接下來利用此基準進行尺寸上的變化來預測頻率和尺寸的關係，為了方便比較各參數的影響力，一樣以正負百分之十為變化率來調整參數，討論下列數項。

(1)壓電片半徑 R_1(3.4*mm*, 3.06*mm* ~ 3.74*mm*)

表 4.8 壓電片半徑 R_1 對頻率變化

半徑 R_1 (*mm*)	3.06	3.23	3.4	3.57	3.74
頻率 *f*(*kHz*)	40.198	40.354	40.497	40.616	40.707

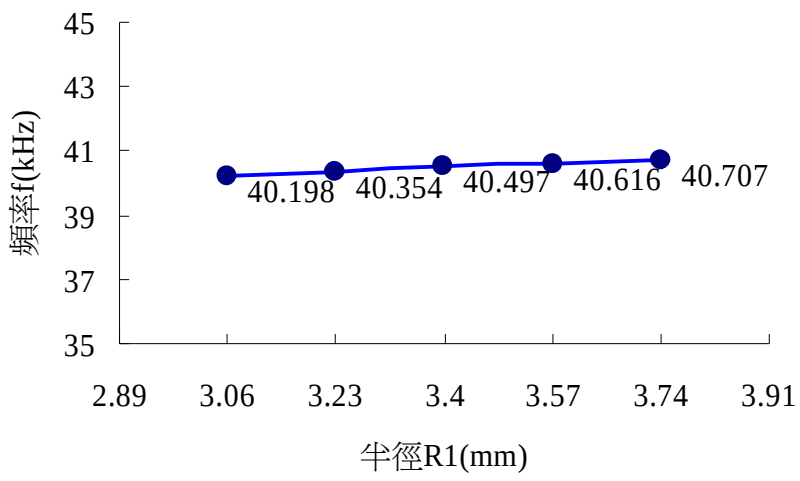


圖 4.10 壓電片半徑 R_1 對頻率變化

(2)振動板半徑 R_2(5.3*mm*, 4.77*mm* ~ 5.83*mm*)

表 4.9 振動板半徑 R_2 對頻率變化

半徑 R_2 (*mm*)	4.77	5.035	5.3	5.565	5.83
頻率 *f*(*kHz*)	49.786	44.802	40.497	36.764	33.515

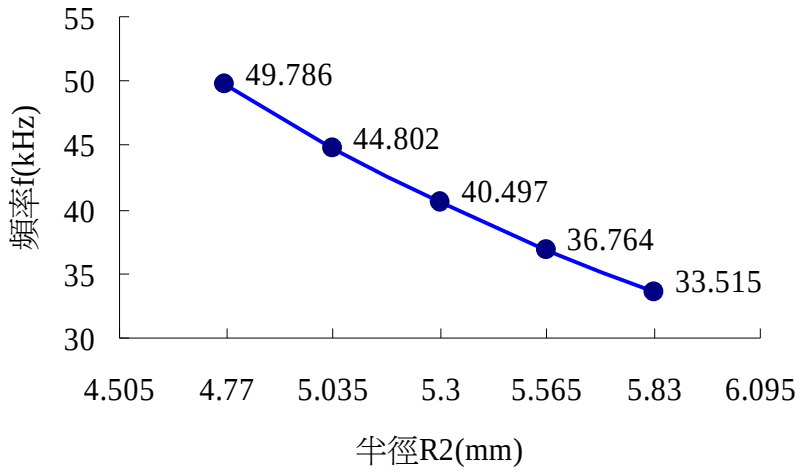


圖 4.11 振動板半徑 R_2 對頻率變化

(3)壓電片厚度 H_p(0.2*mm*, 0.18*mm* ~ 0.22*mm*)

表 4.10 壓電片厚度 H_p 對頻率變化

厚度 H_p(*mm*)	0.18	0.19	0.2	0.21	0.22
頻率 *f*(*kHz*)	40.54	40.516	40.497	40.482	40.469

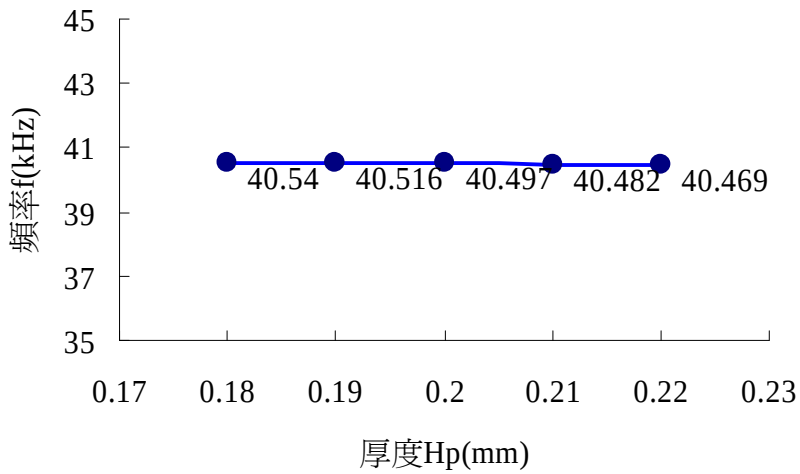


圖 4.12 壓電片厚度 H_p 對頻率變化

(4)接合膠厚度 H_c(0.05*mm*, 0.045*mm* ~ 0.055*mm*)

表 4.11 接合膠厚度 H_c 對頻率變化

厚度 H_c(*mm*)	0.045	0.0475	0.05	0.0525	0.055
頻率 *f*(*kHz*)	40.417	40.457	40.497	40.536	40.576

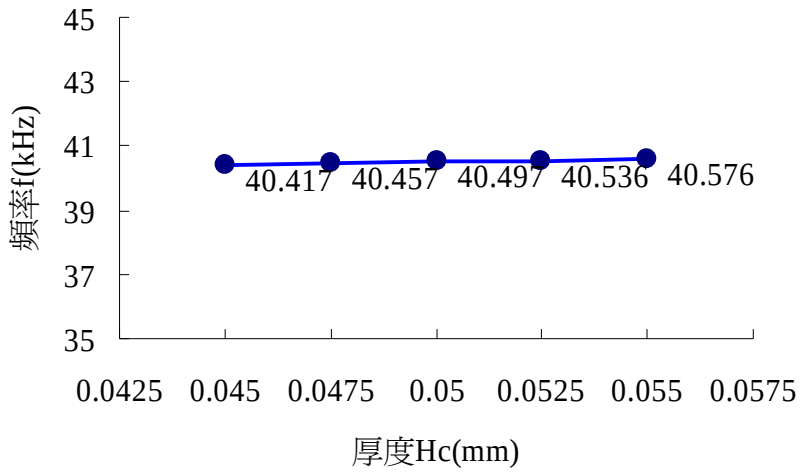


圖 4.13 接合膠厚度 H_c 對頻率變化

(5)鋁基板厚度 H_s(0.5*mm*, 0.45*mm* ~ 0.55*mm*)

表 4.12 鋁基板厚度 H_s 對頻率變化

厚度 H_s(*mm*)	0.45	0.475	0.5	0.525	0.55
頻率 *f*(*kHz*)	36.843	38.672	40.497	42.319	44.137

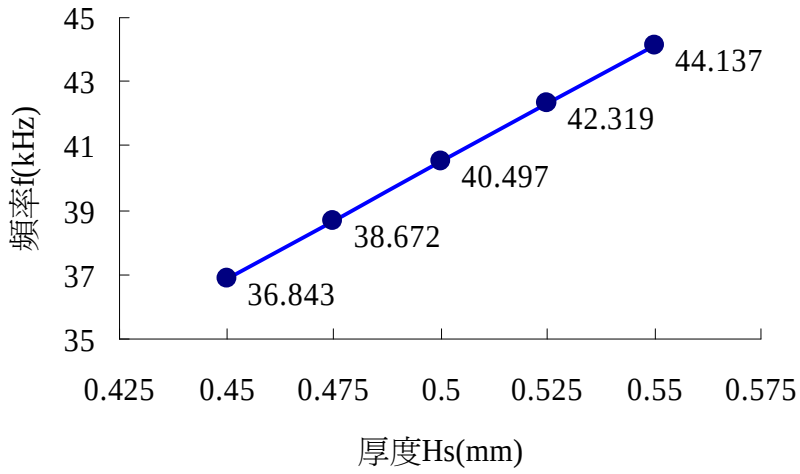


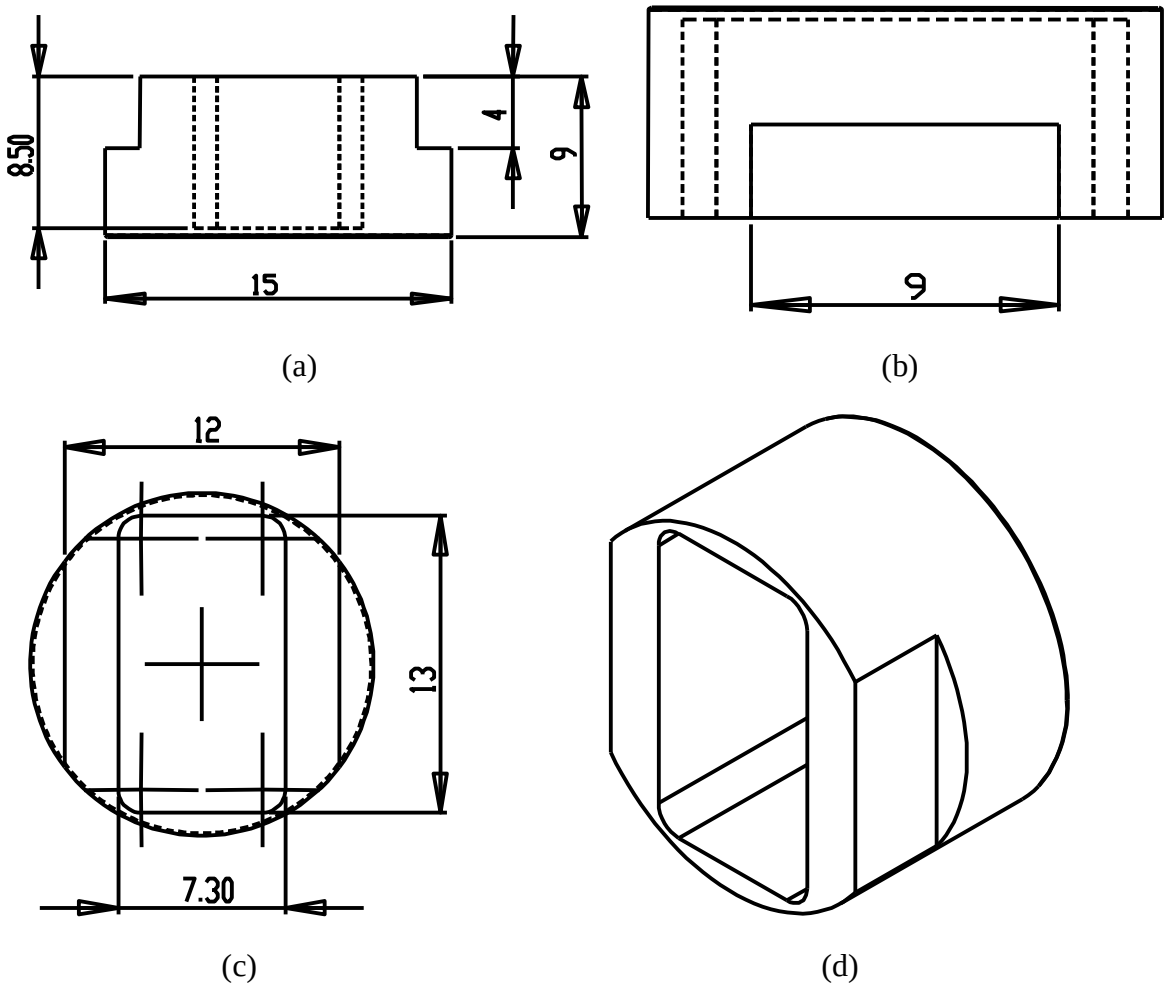
圖 4.14 鋁基板厚度 H_s 對頻率變化

從以上模擬結果可以發現與 4-1 節結論一致，從變化率來看改變半徑和振動板厚度雖然使用不同分析方法但兩者結果接近，而且可以發現由振動板的厚度對頻率作調整可以有良好的線性，如表 4.13，而壓電片和接合膠在相對比例縮小後影響力變得更不明顯，值得注的是圖 4.10 同樣振動板搭配較大的壓電片頻率會有上升的情形，在調整尺寸時也可以列為參考。

表 4.13 複合薄板理論與有限元素法之變化率

	中心頻率(*kHz*)	參考基準(*mm*)	頻率變化率
複合薄板理論	40.583	R = 6.5	23.46% ~ -17.35%
		h_s = 0.5	-7.44% ~ 7.44%
有限元素法	40.497	R_2 = 5.3	22.94% ~ 17.24%
		H_s = 0.5	-9.02% ~ 8.99%

接下來利用有限元素法對實際感測器完整結構做分析，感測器的設計尺寸規格依據 3-4 節所討論原理及市面上現有產品之尺寸，外殼鋁材部份尺寸如圖 4.15，中間挖洞的矩形凹槽是為了造成水平與垂直指向性的不同，再使用 ANSYS 建立有限元素模型及網格後結果如圖 4.16，圖 4.16 中的感測器模型省略了後方封膠部份不列入模擬項目，而壓電片尺寸方面則使用厚 0.21*mm*、直徑 6.8*mm* 之壓電片，由於接合膠在結構中的影響不大在此也省略不加入。以上省略的都是輕微影響模態分析的部份，但在固定點的邊界條件使用上則大大影響模態分析所得到的頻率，以固定點只分布在元件的後端來說可以得到較低的共振頻，如果固定點束縛的地方延伸到振動板則會得到較高的共振頻，前後相差可達 3*kHz* 左右，因此將側邊分成四等份做討論，固定點由末端向振動板延伸的五個共振頻，另外以固定點設在側邊外緣表面積，作為假設元件使用時安裝的近似狀態，無固定點則代表未組裝而量測的自由體，所有假設的共振頻模擬結果都記錄在表 4.14。



(a) (b)

(c) (d)

圖 4.15 外殼鋁材部份尺寸

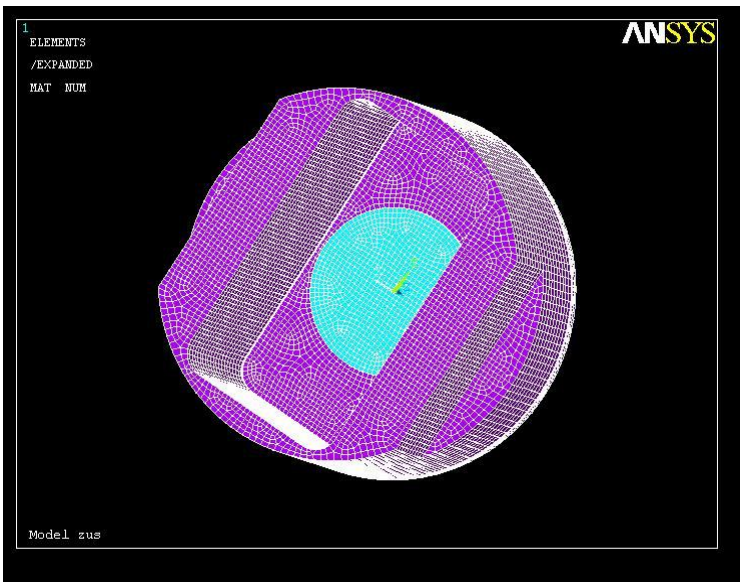


圖 4.16 感測元件有限元素模型

表 4.14 不同邊界條件之共振頻

	邊界條件	共振頻(*kHz*)
1	僅末端面積節點	42.210
2	末端至 1/4 側邊位置	42.375
3	末端至 1/2 側邊位置	42.696
4	末端至 3/4 側邊位置	43.226
5	全部側邊節點	45.161
6	側邊外緣表面積節點	43.227
7	無固定點	44.117

由於元件的幾何形狀具有四分之一的對稱性,在有限元素的分析中可以將模型簡化成四之一，並補足所需的邊界條件即可縮短計算時所需花費的時間，模型中使用 SOLID226 的元素具有 20 節點可計算機電耦合的壓電元件及一樣 20 節點的 SOLID95 元素模擬鋁製外殼結構。由於無固定點的邊界條件較接近實作數據，因此以下皆以無固定點的邊界條件進行分析。一開始先進行模態分析，感測器元件中的鋁材外殼和壓電片的下電極為導通均設為接地端,如時如果也將壓電片的上電極表面電位也令為零即為電極短路，當在做特徵值分析時可以得到壓電元件之諧振頻率，主要的模態約 44.117*kHz*，當求反共振頻率時則將上電極表面電位條件刪除，再做電極開路的特徵值分析，反諧振頻發生在約 45.239*kHz*。在這邊我們也使用頻域分析的方法對感測器求解，根據模態分析所得的兩個頻率，將頻域分析的範圍設在 43*kHz* ~ 46*kHz* 並分成 50 等份，最後再以代表上電極的節點做電荷量及頻率的繪圖，可以發現在阻抗在共振頻率與反共振頻率出現最大值和最小值如圖 4.17,但此圖不考慮內部能量損耗不能代表真正的阻抗，原因是早期的壓電元件大多是高機械品質的類型，故模擬求解時將能量損耗省略，但現在模擬的壓電元件材料機械品質不高，這和壓電材料、感測器結構等因素有關，等效電路僅能如先前圖 3.4 所示，圖 4.18 將圖 4.17 以電路元件表示，

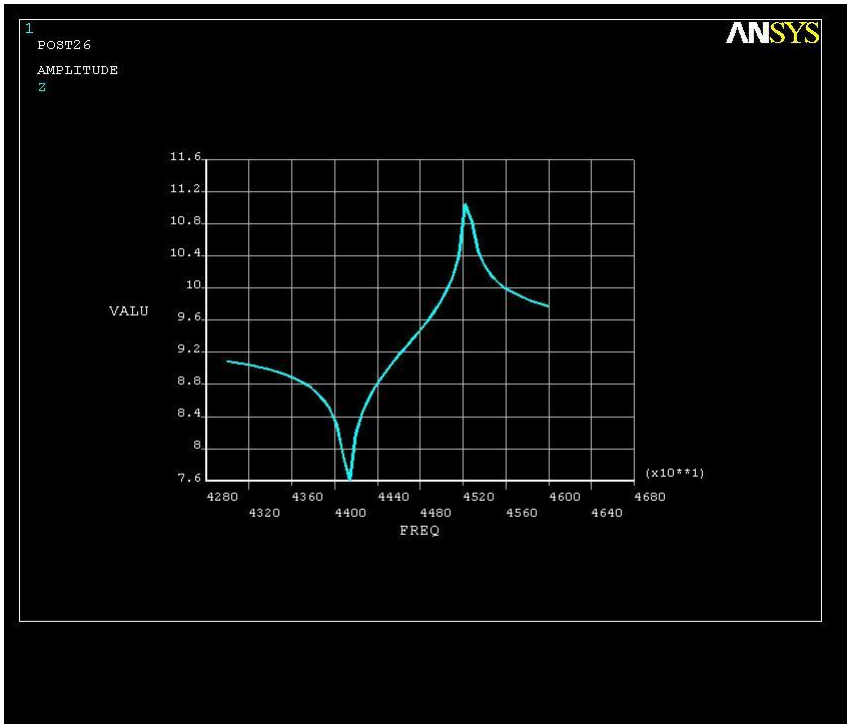


圖 4.17 頻域分析壓電元件阻抗圖

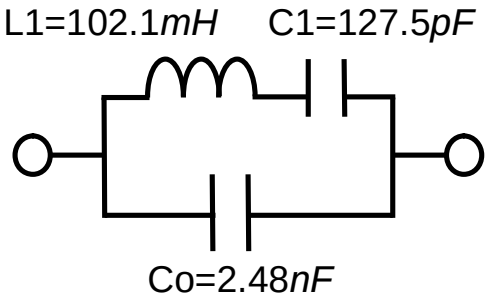


圖 4.18 近似等效電路圖

有關損失和遲滯效應在壓電材料的理論也有許多相關的分析[25-26]。模態分析和頻域分析兩者求解方式不同所花的時間也相差甚遠，以壓電元件分析來說，共振頻的分析可以用模態分析較快得到答案，但在找出主要的諧振點則必須配合頻域分析的輔助。ANSYS 的圖形輸出功能可以將位移與應力等做等值分布圖，圖 4.19 顯示其位移分布，而振動面的變形剖面曲線同圖 4.1 方程式所得之曲線。

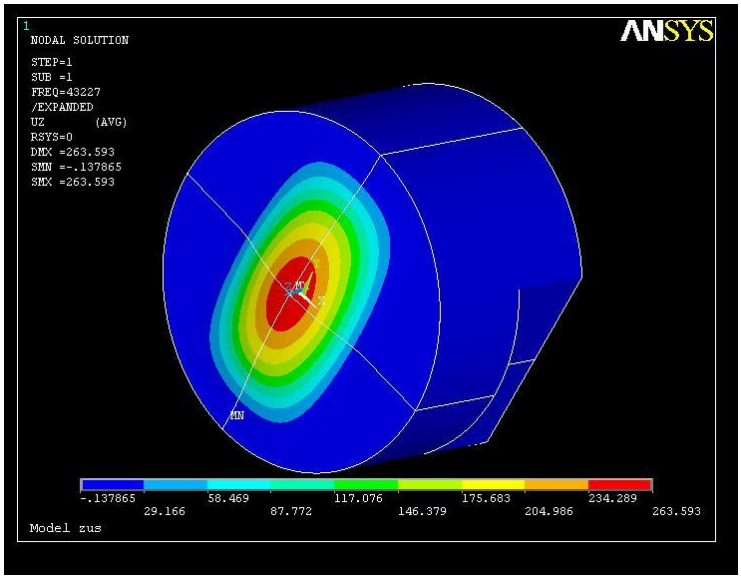
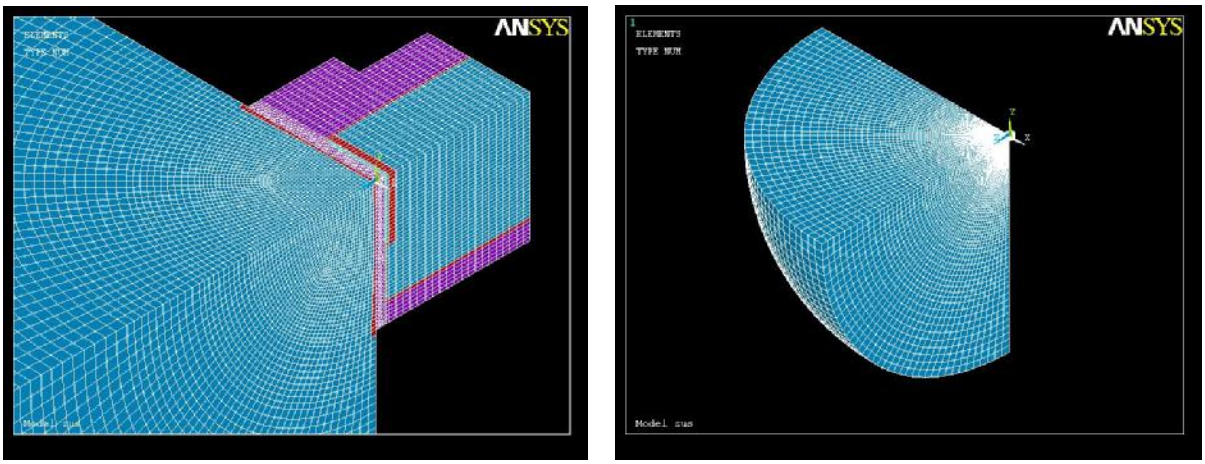


圖 4.19 模態分析之位移分布

指向性模擬方面，加入使用流體元素 FLUID30，比照實測指向性的方式必須掌握 30*cm* 處的場形分布，由於元件並未能旋轉所以選擇在其前方建立半徑 30*cm* 的半球，模擬一樣藉由對稱原理在四分之一的感測器前方則需八分之一的球體空氣，進行結構與流體壓力的耦合分析時要在作用介面處的流體更改元素屬性並且和節點指定成流體－結構作用介面(fluid-structure interface)，才能順利將振動傳入流體中，而在空氣邊界部份，無響室的環境屬於邊界存在完全吸音材料或者可以視為邊界無限遠，設定方法可以令邊界元素的材料參數為完全吸音並將介面活化，或者加入無限域元素 FLUID130 並指定半徑，兩者的差別已有文獻作過比較[27]，相同距離無限域元素的邊界 *dB* 值會大於完全吸收邊界，而將邊界遠離測量範圍可以減少差異，本研究中選擇前者做為空氣邊界，模型如圖 4.20。



(a) (b)

圖 4.20 指向性有限元素模型

指向性的模擬方面由於感測器的固定點的使用不同即可能有不同結果，在此根據實作結果列出接近的模擬數據作為比較，以無固定點的方式模擬在頻率 44.117*kHz* 時達到共振，所以流體與結構的耦合計算即以此頻率作為驅動壓電元件的電源，指向性的模擬結果如圖 4.21 以極座標表示，右半邊代表水平指向性及左半邊代表垂直指向性，圖中參考音壓值為角度為零之感測器正前方音壓值即 0*dB* 處，為此圖有二項缺點大致可以討論如下，首先在角度等於零的位置主瓣葉(main lobe)沒有得到最大聲壓值，邊葉(side lobe)效應過於明顯造成往後半功率指向性計算上的困難，此問題的發生除了結構本身的響應也可能與網格化有關，而網格化的不夠緻密最直接的影響是曲線呈線鋸齒狀，一般來說數學式的理論分析往往可以得到平滑的曲線，而使用有限元素法則需要足夠的節點數來做近似，就模擬 40*kHz* 的聲學來說波長約 8.6*mm*，而一個波長內大約需要 10~20 個節點做運算，不過由於 ANSYS 提供之 FLUID30 元素不適合以四面體網格化，因此在球體之規則網格化中，如果以壓電元件網格為依據經拉伸到 30*cm* 處時，缺點即為近端網格過密，而 30*cm* 處已節點距離已變成數十倍，除了以設備更好的電腦進行更緻密的網格化外，網格化的技巧也是重要的一門課題。

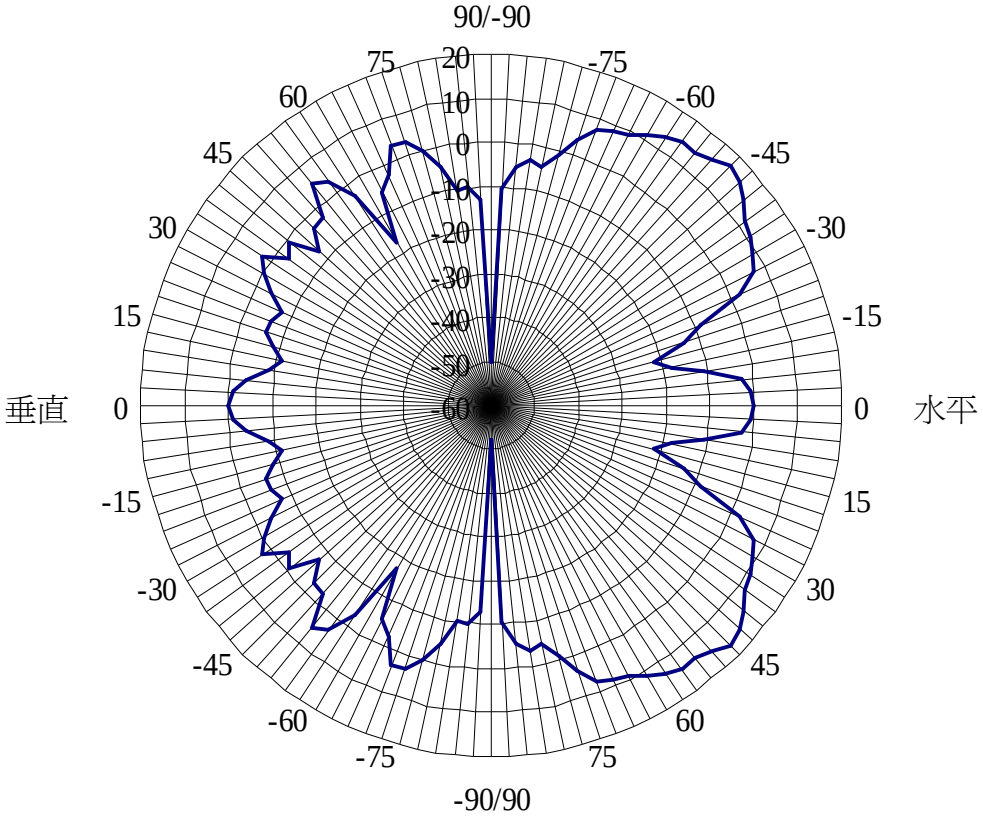


圖 4.21 指向性的模擬結果

4-3 等效電路模型建構與模擬

4-1 節與 4-2 節分別使用兩種方式對超音波感測器之金屬振動板厚度與諧振頻率做分析，表 4.13 亦指出兩種方式具有良好的線性，但是當振動板的厚度變化大於百分之十之後就漸漸無法維持良好線性之特性，以下試以等效電路方式分析有限元素法所得之阻抗圖，並解釋振動片厚度與等效元件中之關係，以找出諧振頻率和振動板厚度關係之線性區。表 4.15 列出振動板厚度從 0.1*mm* ~ 1*mm*，三種不同半徑之共振頻、反共振頻及等效電路元件值。

表 4.15 不同條件之共振頻、反共振頻及等效電路元件值

R=6.1*mm*, *Center Frequency* = 30.63*kHz*										
H_s(*mm*)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
f_s(*kHz*)	5.790	12.63	18.85	24.79	30.63	36.41	42.12	47.74	53.25	58.62
f_p(*kHz*)	5.841	13.00	19.62	25.88	31.93	37.86	43.66	49.33	54.85	60.22
C0(*nF*)	2.56	2.46	2.40	2.39	2.39	2.41	2.42	2.44	2.45	2.47
C1(*pF*)	45.0	146	201	215	209	196	180	164	150	136
L1(*mH*)	16807	1091	355.3	192.0	129.2	97.70	79.35	67.63	59.67	54.05
R=5.3*mm*, *Center Frequency* =40.50*kHz*										
H_s(*mm*)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
f_s(*kHz*)	8.888	17.99	25.77	33.18	40.50	47.76	54.92	61.94	68.78	75.39
f_p(*kHz*)	9.023	18.78	27.17	34.98	42.54	49.93	57.15	64.18	70.99	77.57
C0(*nF*)	2.53	2.39	2.34	2.34	2.36	2.38	2.40	2.42	2.44	2.46
C1(*pF*)	77.5	212	262	262	244	221	199	178	160	144
L1(*mH*)	4140	368	146	87.9	63.4	50.2	42.3	37.1	33.5	31.0
R=4.75*mm*, *Center Frequency* =50.19*kHz*										
H_s(*mm*)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
f_s(*kHz*)	13.02	23.86	32.82	41.51	50.19	58.83	67.33	75.62	83.64	91.35
f_p(*kHz*)	13.36	25.27	34.95	44.03	52.89	61.59	70.08	78.33	86.28	93.90
C0(*nF*)	2.47	2.32	2.29	2.31	2.34	2.37	2.40	2.43	2.45	2.46
C1(*pF*)	130	282	309	289	259	228	201	177	157	140
L1(*mH*)	1151	157.6	76.20	50.84	38.88	32.10	27.84	25.02	23.08	21.74

將表 4.15 之 C0、C1 及 L1 對厚度作圖可以得到圖 4.22、圖 4.23 及圖 4.24。

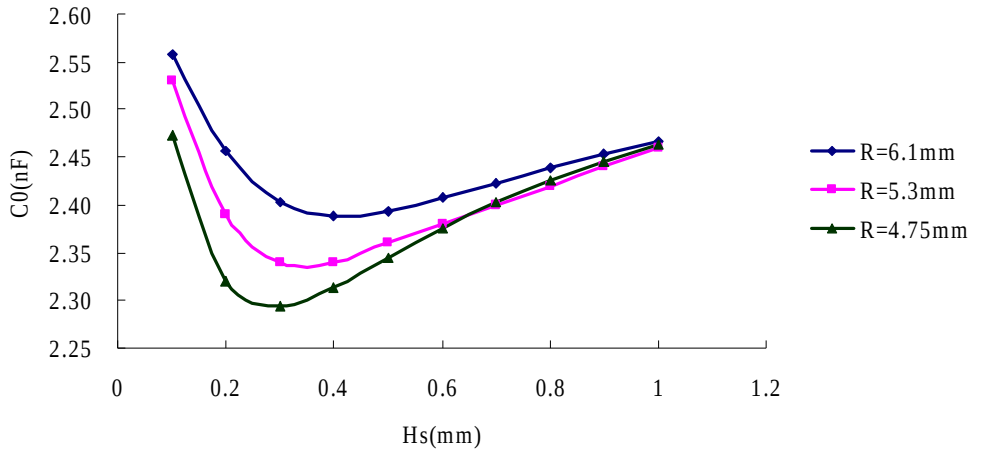


圖 4.22 厚度對等效電路 C0

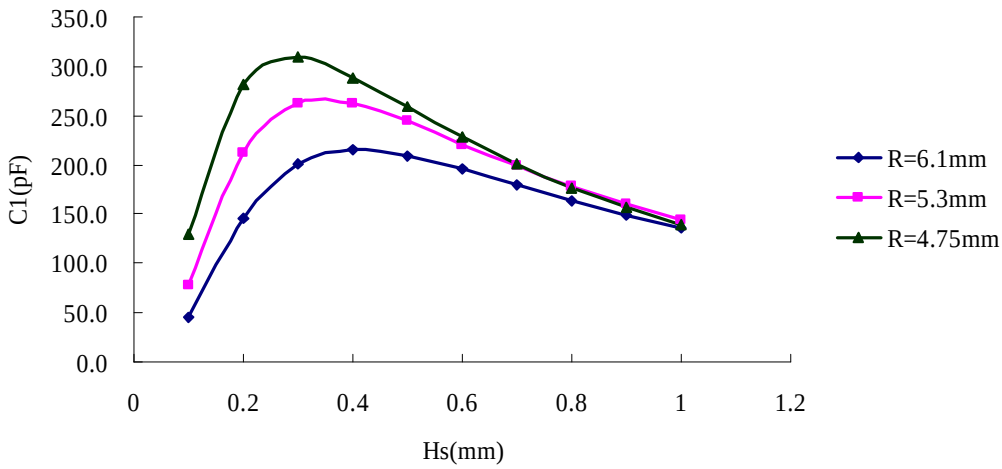


圖 4.23 厚度對等效電路 C1

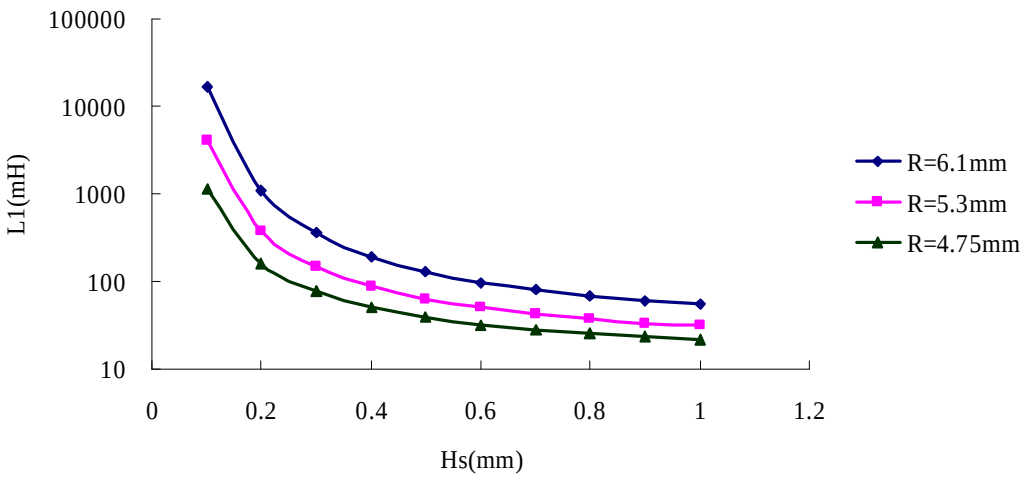


圖 4.24 厚度對等效電路之 L1

從公式(2.22)可以知道決定諧振頻率的參數只有 C1 與 L1，等效電路中的 C1 與 L1 常被稱作機械電容與機械電感，單純壓電片時機械電容約數百 *pF* 而機械電感也約數百 *mH*，當加入振動板後等效電路最明顯的改變在電感值大量增加，從圖 4.23 可以看出當振動板愈薄或愈大時其電感值愈大，尤其在等比例變薄的情況下電感值卻大量增加，電感值說明當結構振動時有大量的機械能儲存在慣性運動當中，而較易撓曲的振動板的確有較大的能量儲存空間。在 C1 機械電容值部份則出現有反轉區，不同的振動板半徑其反轉點的厚度不同，以半徑較小的振動板其反轉區域平滑出現在較厚的厚度，反之亦然。大於反轉區的厚度可以告訴我們厚度與頻率的關係開始進入線性區，即我們可以得到 40*kHz* 之線性區約在 0.5*mm*，因此選擇此厚度做為製作的基準。

4-4 超音波感測器之製造

製作超音波感測器分成兩大部分，壓電片的製作及感測器的組裝。壓電片的實作中使用的 PZT 粉材為大日本塗料(DAI NIPPON TORYO CO., LTD.)之 LQ 系列壓電粉，此系列的性質類似於 PZT-5A，材料參數如表 4.16，從感測器同時具有發射及接收功能來看，可以知道高的 *k* 值、*d* 參數及 *g* 參數都是和效能息息相關，這是挑選壓電材料時的重要依據，此壓電粉在所要求的參數中特性均勻沒有特別注重那方面所以適用。壓電陶瓷的製作流程可以從圖 4.25 的流程圖看到必須經過的數道手續，才能準備完成壓電片開始進入組裝感測器的部份。

一般壓電主要製程分為多層推疊和壓鑄成形，本製程使用多層推疊來產生壓電片，因此需要未造粒之壓電粉經球磨製漿，漿料以薄帶成形方式拉製厚度約 30*mm* 之薄膜，再以十層之薄帶推疊經過水均壓產生厚度 280*mm* 之未燒結厚度，最後從其燒結後收縮率計算所需之直徑，經過切割完成圓形壓電生胚片並放入批次爐進行燒結程序，燒結程序包括排膠和燒結，溫度對時間的曲線如圖 4.26，實驗中完成燒結之壓電片直徑為 6.8*mm* 厚度為 0.21*mm*，燒結後必須確定沒有失鉛現象再進行上、下電極之

表 4.16 壓電材料參數表

Grade	unit	LQ
e_{33T}/e_0	-	1350
k_p	%	68
k_{31}	%	41
k_{33}	%	75
S_{11E}	$10^{-12}m^2/N$	11
S_{33E}	$10^{-12}m^2/N$	17
$-d_{31}$	$10^{-12}m/V$	150
d_{33}	$10^{-12}m/V$	340
$-g_{31}$	$10^{-3}Vm/N$	12
g_{33}	$10^{-3}Vm/N$	28
s	-	0.33
Q_m	-	70
$tand$	%	2
T_c	$^{\circ}C$	320
Sintered density	g/cm^3	7.9
Sintering temperature	$^{\circ}C$	1200

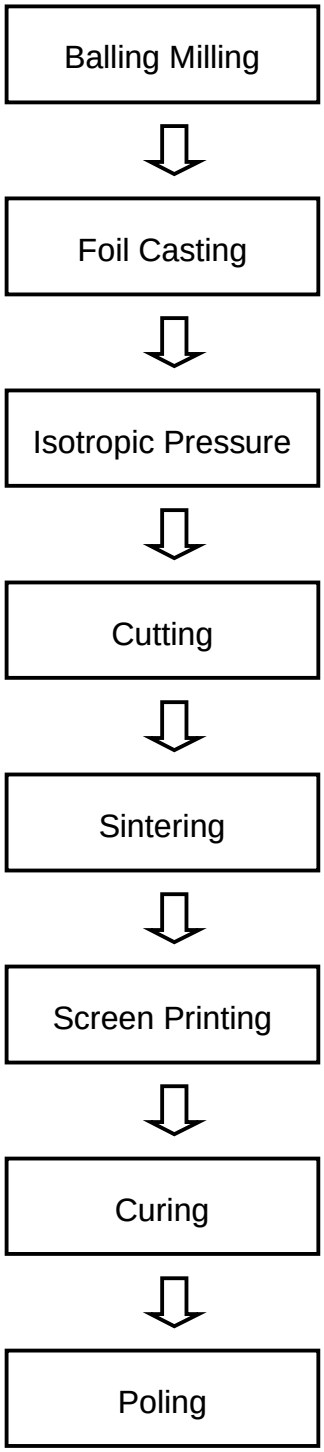
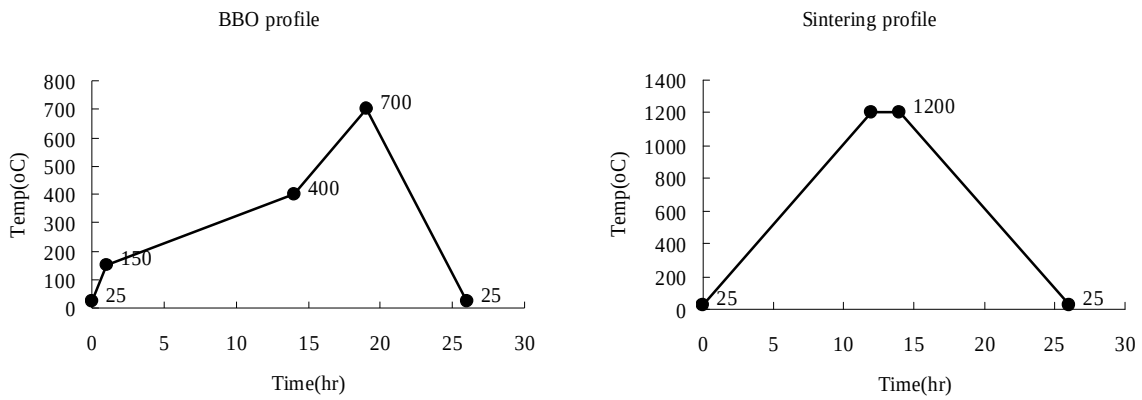


圖 4.25 壓電片製作流程圖



(a) (b)

圖 4.26 排膠和燒結溫度時間曲線

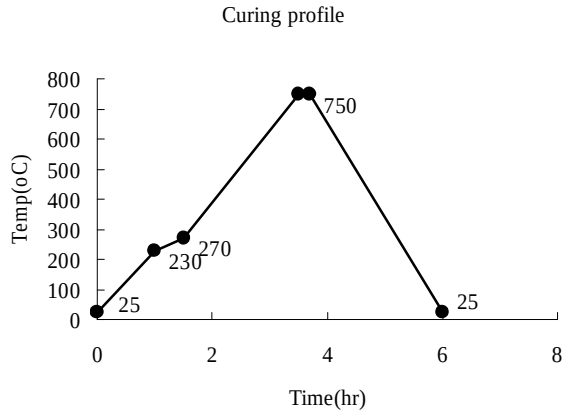


圖 4.27 燒銀溫度時間曲線

印刷，電極印刷使用 750 ˚*C* 成形之純銀膏並以網板印刷，燒銀曲線圖如圖 4.27，再進入極化流程，根據 3000*V*/*mm* 的極化條件，電壓在此採用 650*V* 進行壓電片極化，並記錄極化前、後之電容以計算電容極化增量判別電性是否正常，一般來說以極化增量愈大代表極化效果愈好，壓電性可以更明顯，傳統方式極化以多組夾具對壓電片各別一對一的極化，此方式費時費工在極化過程也容易發生跳火，有鑑於此本實驗採用平行板極化方式，如圖 4.28 的示意圖，其原理一樣是產生極化電場供壓電片極化，只要滿足 3000*V*/*mm* 極化條件並把壓電片置於電場路徑中，即可以不直接接觸壓電片

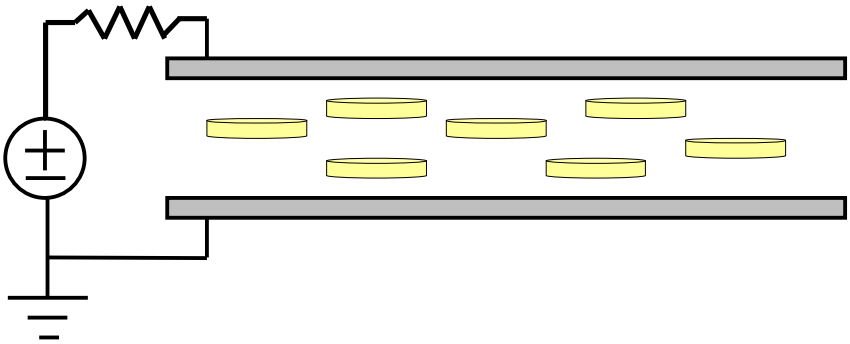


圖 4.28 平行板極化示意圖

的方式達到極化，優點是只要一組電路即可對所有壓電片極化且準備時間短，另外在電容極化增量均比傳統高，顯示其極化特性也獲得提升，如圖 4.29 顯示同樣 30 片樣品的極化增量比較。

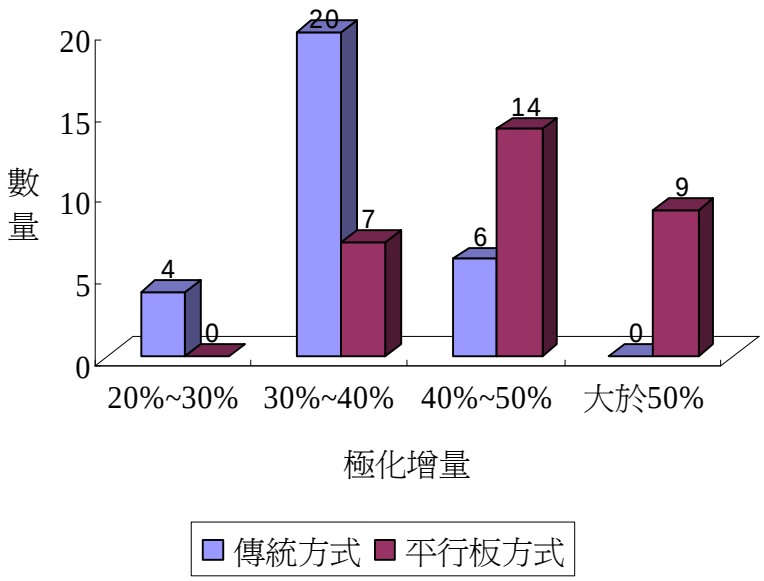


圖 4.29 極化增量比較

感測器組裝方面則以主要材料，鋁材外殼、壓電片、海綿、導線組裝而成，材料如圖 4.30 照片，最後再以矽樹脂進行封膠，完成品如圖 4.31。從 4-2 節模擬的結果也可得知如此設計內部結構在振動板厚度 0.5mm 時共振頻將會落在 42*kHz* ~ 45*kHz* 之

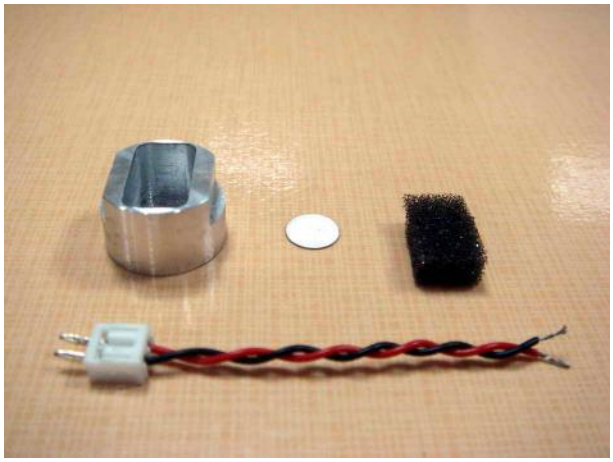


圖 4.30 感測器組裝材料

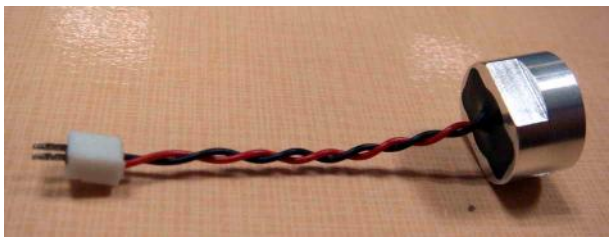


圖 4.31 感測器成品

間，表 4.17 列出所製作之 10 顆感測器元件共振頻及平均值 43.84*kHz*，未達工作頻率之部份將以晶相研磨機做振動厚度的修改，表 4.18 為挑選第 5 樣品做為厚度與頻率變化的實驗，圖 4.32 繪出表 4.18 之數據。

表 4.17 10 樣品共振頻及平均值

編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
頻率(*kHz*)	42.51	44.17	43.67	43.07	44.07	44.02	44.93	43.87	43.72	44.37	43.84

表 4.18 實作之振動板厚度與共振頻變化

厚度(*mm*)	0.53	0.48	0.43	0.38	0.33
頻率(*kHz*)	44.07	41.80	39.31	36.59	33.56

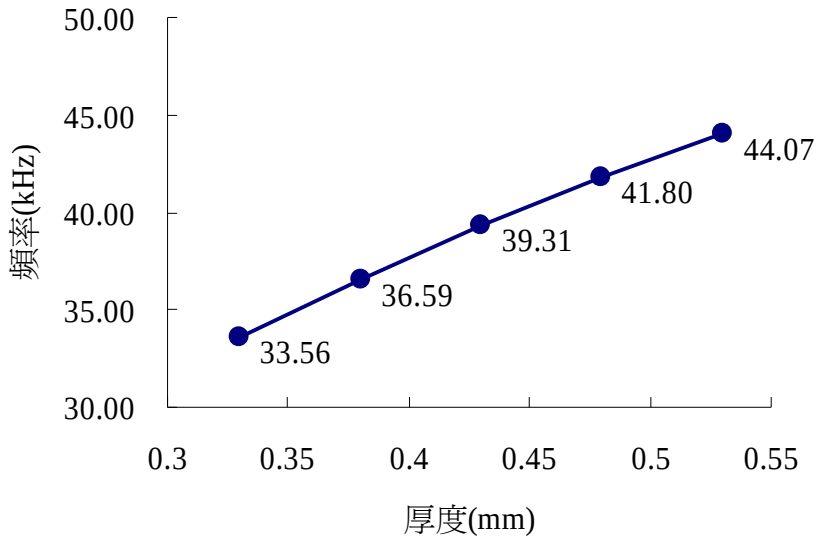


圖 4.32 實作之振動板厚度與共振頻變化

4-5 超音波感測器元件之效能

由上節製造之方法在數顆成品中挑選有效樣品作為本節之量測數據代表，量測方式均以 3-3 節介紹之方法進行。

(1)阻抗分析與等效電路

完成之樣品先以阻抗分析儀記錄其串連諧振頻率與並聯諧振頻率，如圖 4.33 在阻抗的最低點和最高點可以得到頻率分別是 39.623*kHz* 與 41.030*kHz*，對於感測器的工作頻率 40*kHz* 來說，此樣品屬於合乎規格。壓電元件屬於振盪器的一種，等效電路如圖 2.8 所示，以阻抗分析儀內建之等效電路功能可以快速找到等效電路中每個元件的等效值，如圖 4.34 的左側，一般元件共分類有五種等效電路，必須挑選正確的類別進行計算，壓電元件即屬於第五種，阻抗分析儀介面附加 PSpice 功能會以紅線描出目前等效電路頻率響應，可供使用者和儀器所得之阻抗圖進行比對、檢查，也可對參數加以微調確認其正確性，圖 4.34 可以看出兩種曲線大致上重疊無誤，於是包含有電阻之感測器等效電路可以用圖 4.35 表示，因此也可以清楚看出等效電路中的電阻是相當大的，這是

在模擬結果中不能觀察到的。

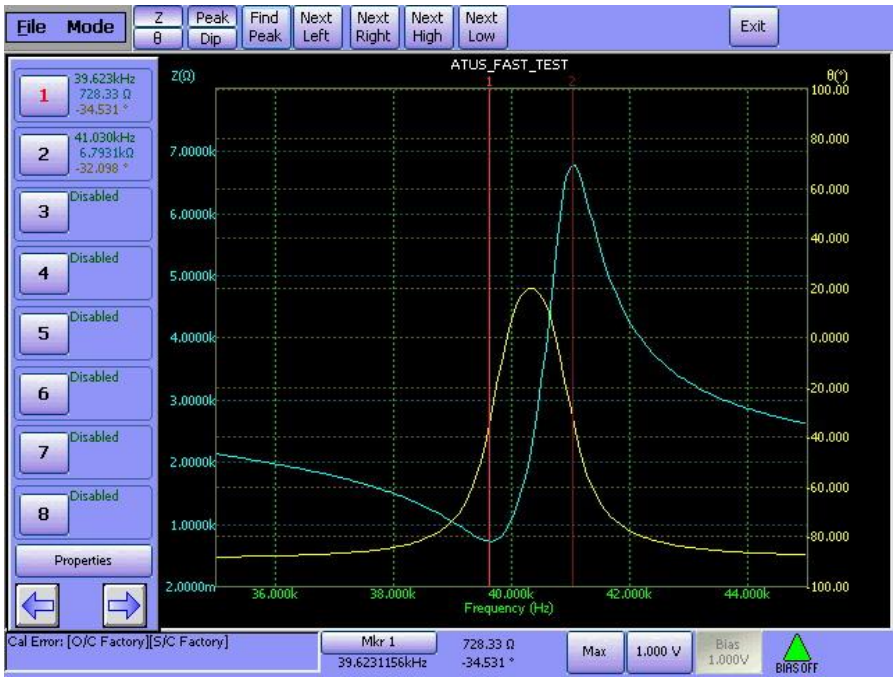


圖 4.33 超音波感測器之阻抗分析圖

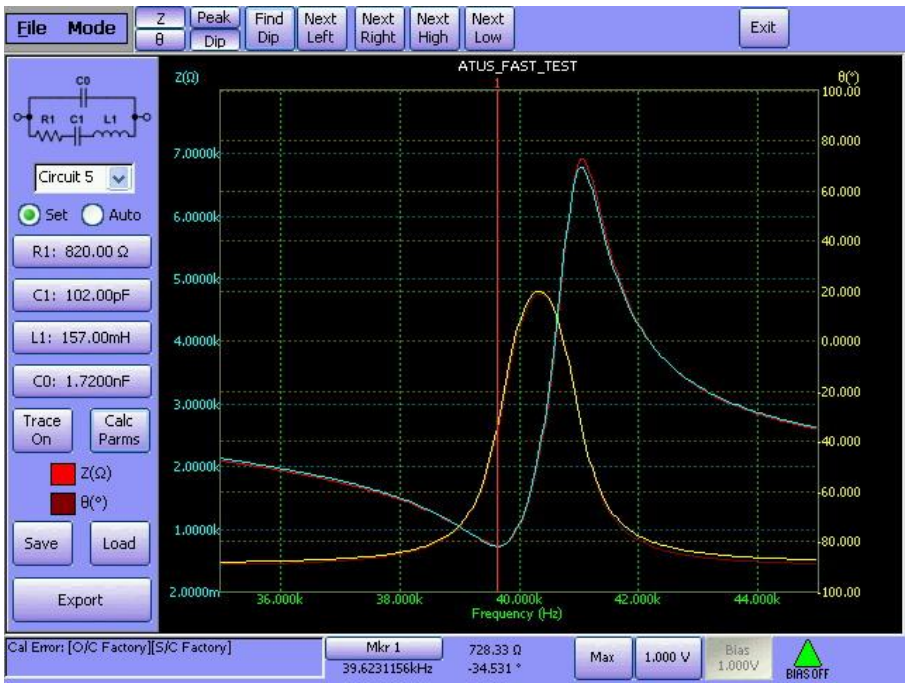


圖 4.34 阻抗分析圖與等效電路

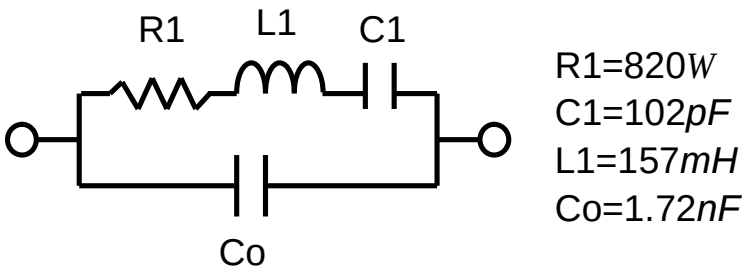


圖 4.35 超音波感測器之等效電路

(2)聲壓強度

超音波感測元件當發射器時的音壓位準與頻率響應量測值如表 4.19，並繪製曲線如圖 4.36，量測時以 12V_{rms} 做為輸入電壓，頻率範圍在 35*kHz* ~ 45*kHz* 之間，並以每 0.5*kHz* 為間格記錄一點，其中最大聲壓值為 96.55*dB* 發生在約 40.5*kHz* 處。

表 4.19 音壓位準與頻率響應量測值

Frequency(*kHz*)	SPL(*dB re* 20*mPa*)	Frequency(*kHz*)	SPL(*dB re* 20*mPa*)
35.0	79.70	40.5	95.82
35.5	79.00	41.0	94.58
36.0	80.90	41.5	91.26
36.5	80.78	42.0	89.90
37.0	81.75	42.5	86.05
37.5	85.06	43.0	83.88
38.0	87.52	43.5	83.21
38.5	87.86	44.0	81.11
39.0	91.19	44.5	80.43
39.5	94.28	45.0	78.40
40.0	96.55		

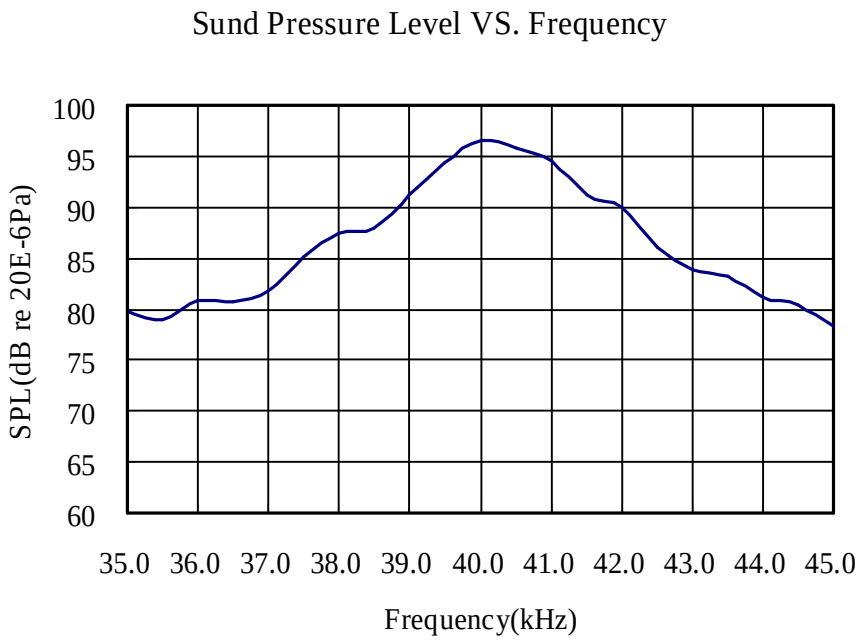


圖 4.36 音壓位準與頻率響應曲線

(3)靈敏度

超音波感測元件當接收器時的靈敏度與頻率響應量測值如表 4.20，並繪製曲線如圖 4.37，量測時將感測器置於頻率範圍在 35*kHz* ~ 45*kHz* 之間之 94*dB* 穩定聲場，並以每 0.5*kHz* 為間格記錄一點，其中最高靈敏度為-45.2*dB* 發生在約 41.0*kHz* 處。

表 4.20 靈敏度與頻率響應量測值

Frequency(*kHz*)	SPL(*dB re* 20*mPa*)	Frequency(*kHz*)	SPL(*dB re* 20*mPa*)
35.0	-70.3	40.5	-51.6
35.5	-69.2	41.0	-45.2
36.0	-68.2	41.5	-46.5
36.5	-66.0	42.0	-51.5
37.0	-64.3	42.5	-55.4
37.5	-62.5	43.0	-58.2
38.0	-62.3	43.5	-60.4
38.5	-61.8	44.0	-62.0
39.0	-60.3	44.5	-59.9
39.5	-58.2	45.0	-59.6
40.0	-55.0		

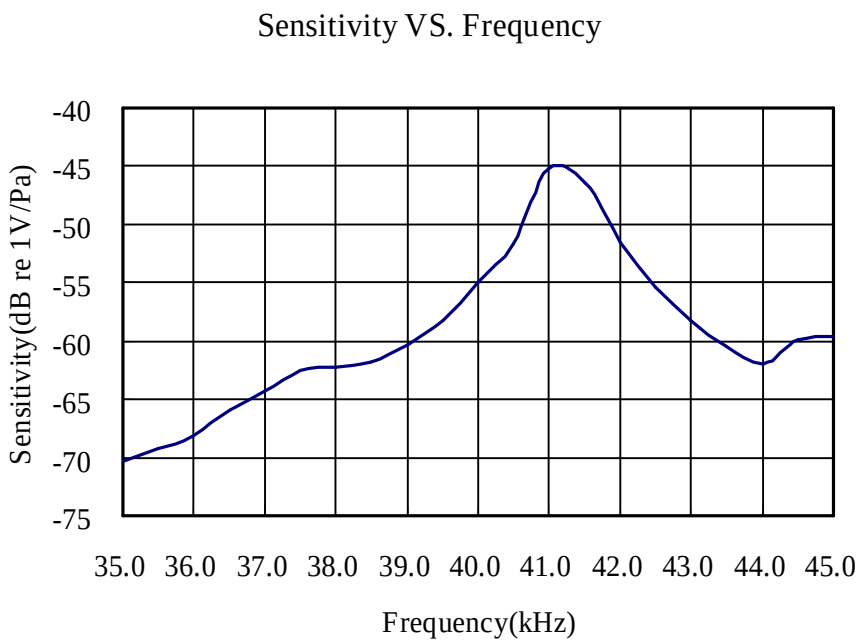


圖 4.37 靈敏度與頻率響應曲線

(4)反射靈敏度

根據反射靈敏度的量測方法，從示波器擷取畫面得到圖 4.38，圖中兩條水平黃線框出反射電壓之大小，其電壓訊號值約 8.8$mV_{p\text{-}p}$，顯示其反射靈敏度良好。

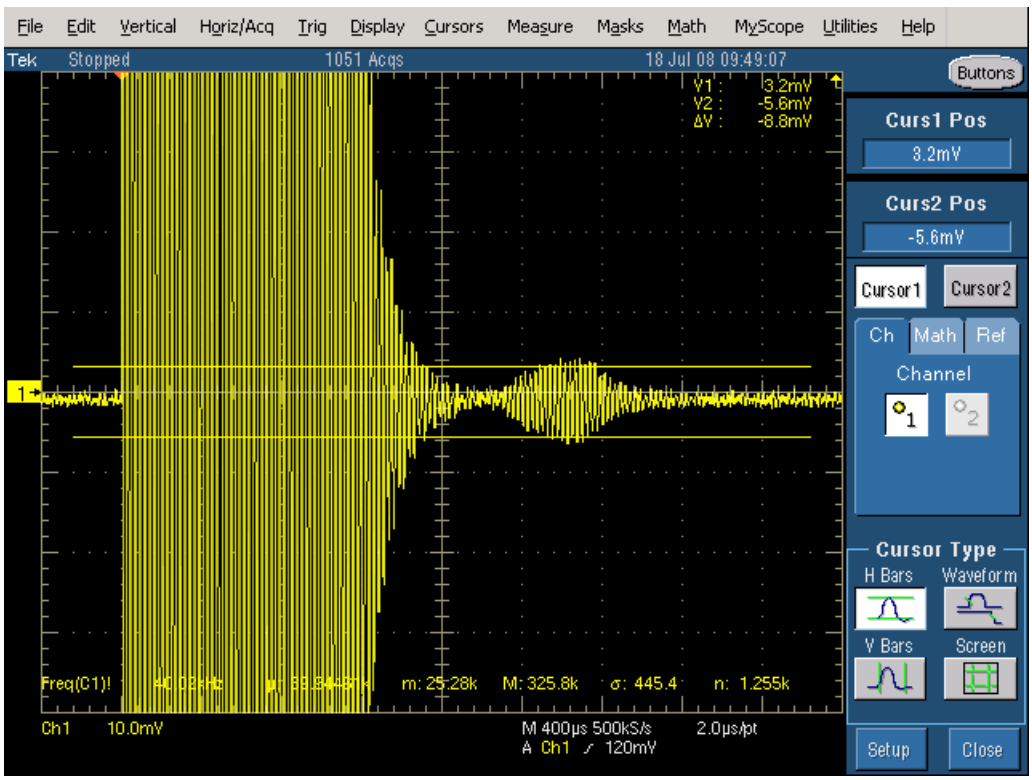


圖 4.38 反射靈敏度之量測圖

(5)殘響時間

根據殘響時間的量測方法，從示波器擷取畫面得到圖 4.39，圖中兩條水平黃線代表 10$mV_{p\text{-}p}$之範圍，而兩條垂直之黃線代表其殘響時間，由於感測器觸發時間 0.5*msec.*，因此開始時間設為從 500*msec.*，截止時間則在電壓訊號小於 10$mV_{p\text{-}p}$後，得到量測數據約 0.98*msec.*，顯示其殘響時間良好。

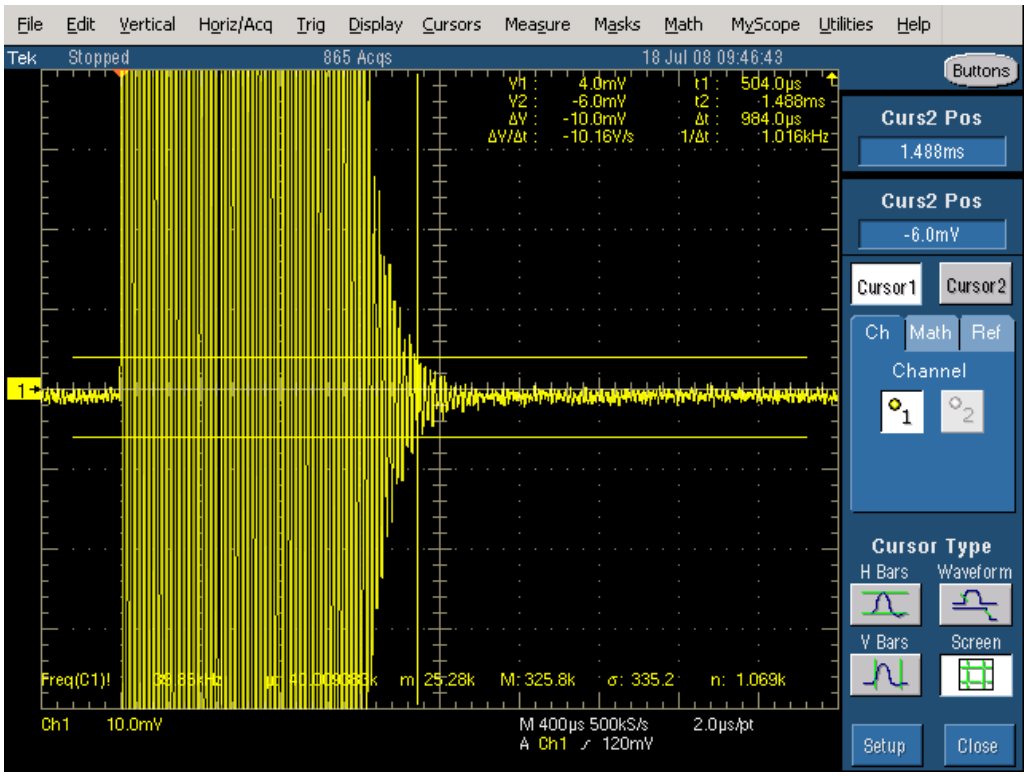


圖 4.39 殘響時間之量測圖

(6)半功率指向性

超音波感測元件音壓位準指向性測試分為垂直與水平測試方向，測試頻率為 40*kHz* 並以角度 0 度之音壓位準為參考值，測試時以間隔 3 度作位置旋轉。表 4.21 記錄每 15 度之量測值，圖 4.40 以極座標繪製垂直曲線於左半邊與水平曲線於右半邊。以半功率指向性判斷其發射角，此感測器在水平方向指向性約 123 度，垂直方向約 75 度，由圖 4.40 可以發現水平指向性圖形有向發射方向之右邊偏離，如果以量測角度誤差在容許範圍來看，可能是壓電片在貼合時沒有對準中間而導致，這樣的現像也使的 0 度角沒有產生最大值及圖形不對稱。

表 4.21 指向性之每 15 度量測值

Directivity(horizontal)			
Angle(*degree*)	Difference(*dB*)	Angle(*degree*)	Difference(*dB*)
-90	-7.3	0	0
-75	-6.6	15	-3.2
-60	-4.7	30	-0.9
-45	1.3	45	-2.4
-30	-3.6	60	-8.8
-15	-2.4	75	-8.5
0	0	90	-18.3
Directivity(vertical)			
Angle(*degree*)	Difference(*dB*)	Angle(*degree*)	Difference(*dB*)
-90	-26.8	0	0
-75	-19	15	-2.5
-60	-12.5	30	-5.5
-45	-7.5	45	-9.9
-30	-4.8	60	-13.6
-15	-1	75	-28.8
0	0	90	-26.1

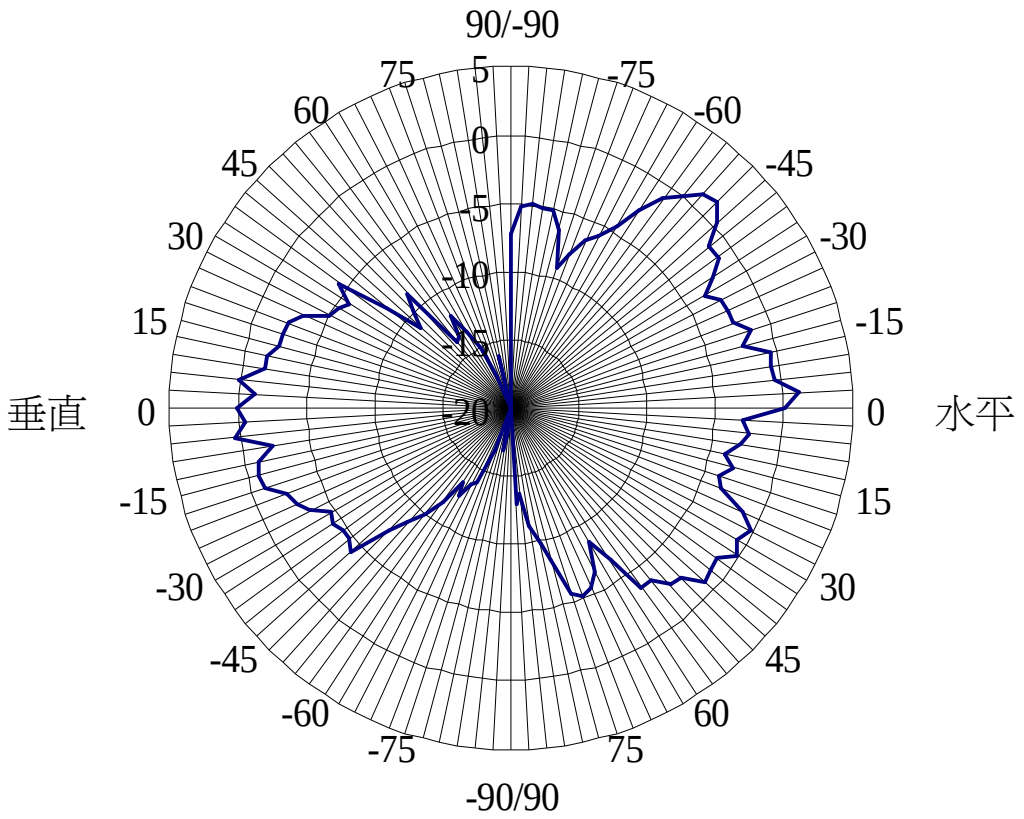


圖 4.40 指向性之量測圖

4-6 結果與討論

以下再整理模擬與實作數據比較之圖表，以顯示模擬之可靠度。

(1)工作頻率

由 ANSYS 對完整鋁材外殼做模擬得知感測器之振動板厚度為 0.5*mm* 時，共振頻將略大於 40*kHz*，由於需預留頻率修整空間於是以此尺寸進行外殼的訂作，表 4.22 比較模擬與實作未修改之共振頻並計算出誤差百分比，雖然實作上每顆差異不算小，但以十顆作為平均仍具有代表性，顯示出模擬共振頻之可靠度佳。實作中根據模擬之結論將工作頻率的修改留到最後步驟，在實作方面也量

表 4.22 模擬與實作未修改之共振頻及誤差百分比

ANSYS 模擬	實作平均	誤差百分比
44.117*kHz*	43.84*kHz*	0.63%

測到振動板與諧振頻率的關係呈現良好的線性，從表 4.13 已經有兩種模擬振動板厚度與頻率之關係的方式，在此也加入表 4.18 實作之數據重新製表於表 4.23，由於表 4.18 是以每 0.05*mm* 為間隔，所以數值是額外除以二，表中平均每減少 0.025*mm* 之頻率變化三種方式不一，最可能造成此結果是因為三者的邊界條件使用上就不同，但可以看出實作中由於範圍較大變化率進入非線性區，在較薄的結構中等效電感值大增使頻率變化量逐漸變多。

表 4.23 實作與模擬之振動板與頻率關係

	每減少 0.025*mm* 之頻率變化(*kHz*)				平均頻率變化(*kHz*)
複合薄板理論	1.511	1.509	1.509	1.509	1.510
有限元素法	1.829	1.825	1.822	1.818	1.824
實作	1.136	1.246	1.359	1.514	1.314

(2)聲壓強度、靈敏度

從聲壓強度的峰值的確是出現在諧振點的附近，但最大值並未超過 100*dB*，原因除了元件設計因素也有可能是每 0.5*kHz* 的間隔太大以至於沒有辦法接近諧振點，靈敏度的測量得到不錯的結果，在反諧振點時達到感測的峰值。聲壓強度和靈敏度可以看得出最大的差別就是靈敏度頻寬較小，以半功率的方式計算列於表 4.24，聲壓值的頻寬約 3*kHz* 而靈敏度略大於 1.5*kHz*，所以推估工作頻率以接近反諧振點為主可以得到最大的反射靈敏度。

表 4.24 頻率、dB 值與頻寬

	最大值頻率	*dB* 值	最大值半功率頻率		頻寬
聲壓值	40*kHz*	96.55	39.5*kHz*	40.5*kHz*	3*kHz*
靈敏度	41*kHz*	-45.2	42.5*kHz*	42*kHz*	1.5*kHz*

(3)半功率指向性

圖 4.21、圖 4.40 兩張圖分別是模擬與實作超音波感測器指向性之圖，實作之指向性圖缺點為無法有理想對稱，模擬方面先前有提到由於網格化的不夠緻密導致無法得到平滑的曲線，出現許多鋸齒狀之線段其中以垂直方向的模擬更為明顯，但整體來看模擬與實作出現邊葉效應的角度是具有相似之處的，以模擬的圖 4.21 主瓣葉角度為 30 度，以實作的圖 4.40 角度約 35 度，由於實作也出現邊葉聲壓值大於主瓣葉之 0*dB* 並且半功率角度點落在邊葉之後，所以若將半功率的指向性以邊葉最大聲壓值作參考點並朝兩邊取半功率點，重新計算可以得到模擬值 120 度及實作值 117 度是相當接近的，垂直方向也一樣用此手法以第一個邊葉取半功率角度作為參考，以上數據水平列於表 4.25、垂直列於表 4.26。造成此原因除了實際量測不易剛好量測到聲壓值的谷點外，實作圖與模擬圖的最大差別在於超音波垂直於發射方向之傳播似乎在實際量測有一定的衰減量而模擬並沒有此特徵。

表 4.25 水平之指向性比較

水平指向性	主瓣葉夾角	第一邊葉夾角	半功率角度
有限元素法	30 度	156 度	120 度
實作	35 度	132 度	117 度

表 4.26 垂直之指向性比較

垂直指向性	主瓣葉夾角	第一邊葉夾角	第二邊葉夾角	半功率角度
有限元素法	30 度	84 度	120 度	81 度
實作				75 度

第五章 結論

5-1 結論

本論文利用自製燒結之 PZT 壓電片組裝成超音波感測器，並完整測量感測器之所有特性。汽車系統中的倒車雷達是超音波感測器中非常接近生活的一項應用，也是目前廣用型的超音波感測器的一大改革，在功能與要求不斷的提升之下必須對元件加以分析以做到精準的開發，文中即以非對稱圓形壓電複合薄板理論、有限元素法及等效電路作為分析的感測器的依據。經過模擬與實作可以得到以下結果：

(1) 壓電片的製作的良率和極化的特性攸關感測器本質，提高極化增量可以在相同條件上獲得更好的結果。

(2) 感測器之工作頻率經由非對稱圓形壓電複合薄板理論、有限元素法證實可由振動板厚度做調整，其調整範圍足夠且具有線性。

(3) 頻率調整之線性區根據結構不同有不同的範圍，從等效電路之元件組成變化可以找出線性區以獲得厚度設計的基準。

(4) 聲壓值和靈敏度分別落於諧振點與反諧振點，工作頻率則選擇介於兩者之間為佳，但加入頻寬的考量工作頻率接近頻寬較小的靈敏度可獲得較高反射靈敏度。

(5) 減少殘響時間可縮短最短量測距離，在元件中使用增加阻尼的方法，如提高封膠的溫度。

(6) 指向性的不對稱可由不同的等效直徑發射面來完成，如矩形的發射面可以產生垂直與水平的不對稱。

(7) 有限元素法可對感測器結構做模態分析與頻域分析，超音波之指向性也可以透過流體分析達到評估的效果。

5-2 未來展望

對於超音波感測器之研究過程尚有許多可變之因素，在此就研究心得提出幾項建議，在模擬方面由於半徑 30*cm* 之球體範圍不易執行準確之分析，若改以使用元件旋轉方式進行分析則只需建立超音波之傳播路徑，此方法雖然增加模擬次數但對於網格化的方便性提高，或許可以減少許多運算時間，使用此簡化方法也可應用於聲壓值、靈敏度及反射靈敏度的分析等。在實作方面的指向性可以看出不對稱和邊葉峰值較大，這顯示壓電片位置、感測器外殼有決定性的影響力，感測器在結構的創新是很好的題材也是關鍵性的發展[28]。最後，在壓電元件的設計上往往是將設計好的元件以等效電路表示，再以設計適合之驅動電路操作元件，但若在製作元件時以有系統的方式建立起元件參數與等效電路的關係，想必可以配合驅動電路的方式製造出各種的壓電元件，如此在壓電產品的應用上則可以達到更快速的發展。

參考文獻

[1] J. Curie and P. Curie, Bull. Soc. Min. France, 3, pp.90, 1880

[2] S. Roberts, “Dielectric and piezoelectric properties of barium titanate” J. Phys. Rev., 71, 890, (1947).

[3] G. Shirane, E. Sawaguchi and T. Takagi, Phys. Rev., 84, pp.476, 1951

[4] G. Shirane and K. Suzuki, J. Phy. Soc. Japan, 7, pp.333, 1952

[5] E. Swaguchi, J. Phys. Soc. Japan, 8, pp.615, 1953

[6] G. Shirane and A. Takeda, J. Phy. Soc. Japan, 7, pp.5, 1952

[7] Y. Takagi, Phys. Rev., 85, pp.315, 1952

[8] B. Jaffe, R. S. Roth and S. Marzullo, J. Res. Nat. Bur. Stds., 55, pp.239, 1955

[9] 吳朗，電子陶瓷－壓電，全欣資訊圖書，1994

[10] 周卓明，壓電力學，全華科技圖書股份有限公司出版，1993

[11] B. Jaffe, W. R. Cook, and H. Jaffe, “Piezoelectric ceramics,” Cleveland, Ohio, 1971

[12] W. P. Mason, “Electromechanical Transducers and Wave Filters,” Princeton. NJ: Van Nostrand, 1948

[13] M. Redwood, “Transient Performance of a Piezoelectric Transducer,” J. Acoust. Soc. Am., vol. 33, pp. 527-536, 1961

[14] R. Krimholtz, D. A. Leedom and G. L. Matthaei, “New Equivalent Circuits for Elementary Piezoelectric Transducers,” Electron. Lett., vol. 6, no. 13, pp. 398-399, 1970

[15] Charles S. Desilets, John D. Fraser and Gordon S. Kino, “The Design of Efficient Broad-Band Piezoelectric Transducers,” IEEE Tran. Sonics and Ultrasonics, vol. su-25, no.3, pp. 115-125, 1978

[16] J. Souquet, P. Defranould and J. Desbois, “Design of Low-Loss Wide-Band Ultrasonic

Transducers for Noninvasive Medical Application," IEEE Tran. Sonics and Ultrasonics, vol. su-26, no.2, pp. 75-81, 1979

[17] S. P. Timoshenko and S. W. Krieger, "Theory of Plates and Shells," Second Edition, Singapore, 1959

[18] A. Leissa, "Vibration of Plates," Acoustical Society of America, 1993

[19] M. Brissaud, "Characterization of piezoceramics," IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Control. v.38, pp.603–617, 1991

[20] "CRC standard mathematical tables and formulae," Boca Raton: CRC Press, 1991

[21] M. Brissaud, "Theoretical modelling of non-symmetric circular piezoelectric bimorphs," J. Micromech. Microeng. 2006

[22] 康淵，陳信吉，ANSYS 入門，全華科技圖書股份有限公司，2004

[23] 鄒年棣，應用有限元素法模擬壓電元件與超音波波傳，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，2006

[24] R. Mitra, "On the performance characterization of ultrasonic air transducerswith radiating membranes," Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on Volume 43, Issue 5, 1996

[25] R. Lerch, "Simulation of piezoelectric devices by two- and three-dimensional finite element," IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control, 37(2), 1990

[26] S. Sherrit, H. D. Wiederick, B. K. Mukherjee, "Accurate equivalent circuits for unloaded piezoelectric resonators," Ultrasonics Symposium, 1997. Proceedings., 1997

[27] Comparison of Rectangular and Spherical Models, http://ansys.net/papers/cubeandsphere.pdf

[28] 胡智凱，封閉式超音波感測器之設計與有限元素模擬，國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文，2007